

Секция «Математика и механика»

Максимизация логарифмической полезности для экспоненциальной модели

Леви

Иванов Михаил Юрьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: m_y_ivanov@mail.ru

В современной финансовой математике широкое распространение получила задача, в которой агент на финансовом рынке пытается с помощью инвестиций максимизировать ожидаемую полезность своего портфеля в конечный момент времени.

Для случая полных рынков, когда множество мартингалов состоит из одной единственной, задача была решена, в частности, в работе [4]. В работе Крамкова и Шахермайера [5] был рассмотрен вопрос максимизации ожидаемой полезности в общей модели неполных рынков, где цены активов являются семимартингалами. Исходная проблема решалась с помощью двойственной задачи, где минимум брался по множеству супермартингалов, а не только мартингалов.

Примером модели неполных рынков является экспоненциальная модель Леви. Её различные аспекты рассматривались, например, в работах [1] и [3]. Особенно отметим работу Хёрда [2], где с помощью двойственного метода была решена задача максимизации логарифмической полезности для экспоненциальной модели Леви в предположении, что логарифмы процесса цен имеют неограниченно большие как положительные, так и отрицательные скачки.

Цель моей работы – решение задачи максимизации логарифмической полезности и двойственной задачи в общем случае экспоненциальной модели Леви. В частности, приводятся необходимые и достаточные условия для того, чтобы решение двойственной задачи было супермартингалом, но не мартингалом.

Литература

1. Esche, F., Schweizer M. Minimal entropy preserves the Lévy property: How and why // Stochastic Process. Appl. 2005, 115, p. 299–327.
2. Hurd, T. R. A note on log-optimal portfolios in exponential Levy markets // Statistics and Decisions. 2004, 22, p. 225-236.
3. Jeanblanc, M., Klöppel, S., Miyahara, Y. Minimal fq-martingale measures for exponential Lévy processes // Ann. Appl. Probab. 2007, 17, p. 1615-1638.
4. Karatzas I., Lehoczky J. P., Shreve S. E. Optimal portfolio and consumption decisions for a “small investor” on a finite horizon // SIAM J. Control Optim. 1987, 25, p. 1557–1586.
5. Kramkov, D., Schachermayer, V. The asymptotic elasticity of utility functions and optimal investment in incomplete markets // Ann. Appl. Prob. 1999, 9(3), p. 904-950.