Секция «Математика и механика»

Модель развития эпидемии, учитывающая иммунный порог индивидуумов

Крючкова Елена Владимировна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: kryuchkelena@mail.ru

Изучается развитие эпидемии в замкнутой популяции. Пусть $X_1(t)$ – количество больных индивидуумов в популяции, $X_2(t)$ – количество здоровых. В начальный момент известно число здоровых и больных индивидуумов, т.е. $X_1(0) = m_1$, $X_2(0) = m_2$.

Периоды времени до моментов выздоровления или смерти инфицированных в начальный момент индивидуумов $\{\eta_i\}_{i=1}^{m_1}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, которые мы будем называть их временами жизни.

Процесс заражения здорового индивидуума определяется случайной величиной, которую можно интерпретировать как иммунный порог заболевания. Предполагается, что эти случайные величины $\{\xi_i\}_{i=1}^{m_2}$ взаимно независимы и одинаково распределены. Момент заболевания -го индивидуума определяется условием $\xi_i < \alpha \int_0^t X_1(y)dy$. Это означает, что события заболеваний отдельных индивидуумов зависимы. Считается, что вновь заболевшие госпитализируются до момента окончания эпидемии и не могут быть источниками новых заражений.

Построена модель развития эпидемии и для нее получены:

1. Явный вид производящей функции для количества здоровых и инфицированных индивидуумов.

2. Первые и вторые моменты количества больных и здоровых индивидуумов.

Рассмотрен частный случай, когда времена жизни инфицированных индивидуумов и иммунные пороги имеют экспоненциальные распределения. Тогда количество здоровых и больных индивидуумов можно рассматривать с помощью цепей Маркова. Для данного частного случая выведены уравнения Колмогорова и уравнение для производящей функции. Функция, полученная ранее по формуле для общего случая, является решением данного уравнения.