

Секция «Математика и механика»

Дискретный аналог разложения Крылова-Веретенникова

Глиньяная Екатерина Валерьевна

Аспирант

НАН Украины, Институт математики, Киев, Украина

E-mail: glinkate@gmail.com

В данной работе изучается совокупность случайных процессов с дискретным временем $x_n(u)$, $u \in \mathbb{R}$, $n \geq 1$, удовлетворяющая разностному уравнению вида

$$\begin{cases} x_{n+1}(u) = x_n(u) + \xi_{n+1}(x_n(u)) \\ x_0(u) = u, \quad u \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

где $\xi_n(u)$ — последовательность независимых стационарных гауссовских процессов с ковариацией Γ , $\Gamma(0) = 1$. Процесс x можно рассматривать как дискретный аналог потока решений стохастического дифференциального уравнения. В работе найден аналог разложения Крылова-Веретенникова для случайных величин вида $\varphi(x_n(u))$ относительно белого шума $\dot{\xi}$, порождающего ξ .

Теорема. Для любой функции $\varphi \in \bigcap_n L^2(\mathbb{R}, \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-x^2/2n} dx)$ разложение Ито-Винера $\varphi(x_n(u))$ имеет вид

$$\varphi(x_n(u)) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\substack{l_1+\dots+l_n=k \\ l_1, \dots, l_n \geq 0}} Q_{l_n} Q_{l_{n-1}} \dots Q_{l_1} \varphi(u, \underbrace{\dot{\xi}_n, \dots, \dot{\xi}_n}_{l_n}, \dots, \underbrace{\dot{\xi}_1, \dots, \dot{\xi}_1}_{l_1}),$$

где Q_n — операторы, принимающие значения в пространствах полилинейных форм от $\dot{\xi}$, которые определены соотношением

$$\varphi(r + \xi_1(r)) = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \varphi(r, \dot{\xi}_1, \dots, \dot{\xi}_1).$$

Литература

1. Веретенников А.Ю., Крылов Н.В. О явных формулах для решений стохастических уравнений // Матем. сб., 100(142):2(6) (1976), 266–284
2. Glinyanaya E.V. Discrete analogue of the Krylov-Veretennikov expansion // Theory of Stochastic Processes Vol.17 (33), no.1, 2011, pp.39-49