

Секция «Математика и механика»

Структурные свойства потока Арратья

Вовчанский Николай Богданович

Аспирант

Институт математики Национальной Академии наук Украины, отдел теории случайных процессов, Киев, Украина

E-mail: vovchansky_n@ukr.net

Рассматривается поток Арратья, представляющий собой систему континуального числа броуновских частиц, совершающих независимое движение до момента встречи и склеивающихся после в одну. В докладе изучаются свойства данной стохастической модели в условиях наличия внешней возмущающей силы. Основным объектом исследования является случайное поле $\{y^a(u, t) \mid u \in [0; 1], t \geq 0\}$ такое, что

1. $\forall u \in [0; 1] y^a(u, \cdot)$ – диффузионный процесс со сносом a и единичным коэффициентом диффузии; $y^a(u, 0) = u$;

2. $\forall u_1, u_2 \in [0; 1]: u_1 \leq u_2 \Rightarrow y^a(u_1, t) \leq y^a(u_2, t), t \geq 0$;

3. $\forall u_1, u_2 \in [0; 1] \frac{d}{dt} \langle y^a(u_1, \cdot), y^a(u_2, \cdot) \rangle(t) = 1_{\{y^a(u_1, t) = y^a(u_2, t)\}}$.

Здесь $a \in \text{Lip}(R)$.

Важными объектами, характеризующими внутреннюю структуру данной модели, являются [2,3]:

1. время свободного пробега $I(y^a)$: пусть $\{u_1, \dots, u_n\}$ – разбиение $[0; 1]$; $\tau_k = \inf\{s \mid y^a(u_k, s) = y^a(u_{k-1}, s)\}, k = \overline{2, n}$, тогда $I(y^a) = \sup \sum_{k=2}^n \tau_k$, где супремум берется по всем конечным разбиениям отрезка $[0; 1]$;

2. размеры образующихся в потоке кластеров: $\nu^a(t) = |\{u \mid y^a(u, t) = y^a(0, t)\}|$.

Теорема 1. Пусть $a(x) = Cx, C \in R$. Тогда $I(y^a)$ конечно п.н. и

$$MI(y^a) \leq L_1 \frac{1}{\sqrt{|C|}}, C \rightarrow -\infty; MI(y^a) \geq L_2 \sqrt{C}, C \rightarrow +\infty.$$

Теорема 2. Пусть $a(x) = Cx, C \leq 0$. Существует $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{M\nu^a(t)}{\sqrt{t}}$, равный $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$, и $P\{\sup \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\nu^a(t)}{\sqrt{2t \ln t^{-1}}} = 1\} = 1$.

Теорема 3. (аналог теоремы Гирсанова). Пусть $a \in \text{Lip}(R)$. Тогда $\text{Law}(y^a) \ll \text{Law}(y^0)$ в пространстве $D([0; 1], C([0; 1]))$ и плотность имеет вид

$$\exp \left\{ \int_0^1 \int_0^{\tau(u)} a(y^0(u, s)) dy^0(u, s) - \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^{\tau(u)} a^2(y^0(u, s)) ds \right\},$$

где в показателе стоят специальным образом определенные стохастические интегралы по потоку Арратья [1].

Литература

1. Дороговцев А. А. Стохастический интеграл по потоку Арратья. // Доклады РАН. Т. 410, 2. 2006. С. 156–157.
2. Darling R.W.R. Rate of growth of the coalescent set in a coalescing stochastic flow. // Stochastics. Volume 23, Issue 4. 1988. P. 465–508.
3. Harris E.Th. Coalescing and noncoalescing stochastic flows in R^1 . // Stochastic Processes and their Applications. Volume 17, Issue 2. 1984. P. 187–210.