

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Матричные канонические формы относительно преобразований унитарного подобия

Нестеренко Юрий Русланович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: y_nesterenko@mail.ru

Матрицы $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ унитарно подобны, если подобие между ними можно осуществить с помощью унитарной матрицы U :

$$B = UAU^*. \quad (1)$$

Этот доклад посвящен задаче проверки матриц на унитарное подобие. В работах других авторов, относящихся к исследованию этой задачи, можно выделить два основных подхода. Первый состоит в построении полной системы матричных инвариантов относительно преобразования унитарного подобия. В некотором смысле окончательный результат на этом пути содержится в критерии Шпехта-Пирси (см. [5,6]). Этот метод, впрочем, не позволяет находить матрицу, порождающую унитарное подобие. Вторым подходом, лишенным последнего недостатка, состоит в построении канонической формы матриц относительно преобразований унитарного подобия. В работах [8,9,10] были предложены индуктивные определения канонической формы матрицы. Ко второй ветви рассуждений относится и представляемый мной результат. Для произвольной непонижающей матрицы (у которой минимальный многочлен совпадает с характеристическим, в частности этот класс матриц содержит множество матриц с попарно различными собственными значениями) построено некоторое конечное семейство унитарно подобных ей матриц (будем называть это семейство каноническим). Наличие или отсутствие пересечения таких семейств для двух матриц соответственно решает вопрос об их унитарном подобии. Отличия предложенного здесь метода проверки унитарного подобия состоят в его явном алгоритмическом виде и устойчивости к погрешностям на множестве непонижающих матриц. Описанный результат опубликован в статье [3].

Литература

1. Икрамов Х. Д. Каноническая форма Шура матрицы с простыми собственными значениями // ДАН, 2008, Т.420, No.2, С.160–161.
2. Арнольд В. И. О матрицах, зависящих от параметров // УМН, 1971, Т.26, вып.2, No.158, С.101–114.
3. Нестеренко Ю. Р. Об унитарном подобии матриц с простыми собственными значениями // ДАН, 2011, Т.441, No.2, С.169–173.
4. Сибирский К. С. Минимальный полиномиальный базис унитарных инвариантов квадратной матрицы третьего порядка // Матем. заметки, 1968, Т.3, No.3, С.291–295.

5. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. Мир, М., 1990.
6. Pearcy C. A complete set of unitary invariants for operators generating finite W^* -algebras of type I // Pacific J. Math., 1962, No.12, pp.1405-1416.
7. Bhattacharya R., Mukherjea K. On unitary similarity of matrices // Linear Algebra and its Applications, 1989, Volume 126, pp.95-105.
8. Brenner J. The problem of unitary equivalence // Acta Math., 1962, No.86, pp.297-308.
9. Littlewood D. E. On unitary equivalence // J. London Math. Soc., 1953, No.28, pp.314-322.
10. Radjavi H. On unitary equivalence of arbitrary matrices // Trans. Amer. Math. Soc, 1962, No.104, pp.363-373.
11. Paulsen V. Continuous canonical forms for matrices under unitary equivalence // Pacific J. Math., 1978, Vol.76, No.1, pp.129-142.

Слова благодарности

Приношу глубокую благодарность проф. Х.Д. Икрамову за внимание к этой работе и полезные обсуждения.