

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Моделирование течения жидкости в каналах и влияние ширины канала на получаемое решение

Комарова Елена Станиславовна

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: i_lena@bk.ru

Рассматривается одна из задач гидродинамики, связанная с течением вязкой несжимаемой жидкости в каналах прямоугольного сечения. Строится модель и проводятся исследования для плоских каналов с заданным значением ширины (ширина канала является параметром модели). Работа является продолжением исследований [1], проведенных в 2006–2009 годах по научно-исследовательским темам. Моделирование проводится в соответствующей расчетной области, характерным линейным размером которой является высота канала. Все каналы имеют одинаковую длину и высоту. На стенках канала задано условие прилипания. В зависимости от поставленной задачи, возможно решение при наличии области набегающего потока и области гидродинамического следа за каналом. В данной работе все исследования проводятся в области канала. В математической постановке эта задача сводится к нахождению трех компонент скорости u , v , w и температуры T из системы уравнений Навье-Стокса [2] вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \\ = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{1}{Re} \cdot \Phi, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \\ + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2. \end{aligned}$$

При оценке точности расчетов применяется интегральный закон сохранения массы. К этой системе добавляются соответствующие граничные и начальные условия. Полученная после формализации задача решается методом покоординатного расщепления. При проведении исследований разработана и реализована параллельная программа на языке Си для решения поставленной задачи. Программа написана с использованием технологии OpenMP. Проведены экспериментальные расчеты для задач течения вязкой несжимаемой жидкости в каналах разных размеров, при различных числах Рейнольдса, при различных граничных условиях (в зависимости от набегающего потока) и при различных параметрах сетки. Результаты расчетов наглядно представлены в графическом виде. По результатам графического представления решения можно утверждать, что при некоторых определяющих параметрах задачи получены новые вихревые структуры течения, близкие по своим характеристикам к турбулентному течению [3]. Показано влияние стенок канала на получаемое решение.

Литература

1. Березин С. Б., Комарова Е. С., Пасконов В. М. Суперкомпьютерное исследование нестационарных трехмерных турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости в каналах прямоугольного сечения на основе модели Навье-Стокса. // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т.9, No 2. С. 209-214.
2. Шкадов В. Я., Запрынов З. Д. Течения вязкой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1984.
3. Корнилов В. И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях. Новосибирск: Наука, 2000.