Секция «Математика и механика»

Принцип инвариантности для слабо зависимых случайных полей

Демичев Вадим Петрович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: vadim.demichev@gmail.com

Пусть $X = \{X_k,\ k \in \mathbb{Z}^d\}$, $d \in \mathbb{N}$, — стационарное в широком смысле центрированное случайное поле. Для $n \in \mathbb{N}$ положим

$$W_n(t) = n^{-d/2} \sum_{k \in (0,nt] \cap \mathbb{Z}^d} X_k, \quad t \in [0,1]^d,$$

где $(a,b] = (a_1,b_1] \times \cdots \times (a_d,b_d]$, $a = (a_1,\ldots,a_d) \in \mathbb{R}^d$, $b = (b_1,\ldots,b_d) \in \mathbb{R}^d$. Говорят, что поле X удовлетворяет слабому принципу инвариантности, если имеет место сходимость по распределению в пространстве Скорохода $D([0,1]^d)$

$$W_n \Rightarrow \sigma W, \quad n \to \infty. \tag{1}$$

Здесь W есть d-параметрическое броуновское движение, а σ — некоторое неотрицательное число. Нами установлена

Теорема 1 *Пусть случайное поле X является (BL,θ)-зависимым (см. [1], с. 109), причем $\theta_r = O(r^{-\lambda})$ для некоторого $\lambda > 0$, когда $r \to \infty$. Пусть также найдется $s > 2$ такое, что*

$$\sup_{k \in \mathbb{Z}^d} \mathsf{E}|X_k|^s < \infty. \tag{2}$$

Тогда имеет место (1), где $\sigma^2 = \sum_{k \in \mathbb{Z}^d} cov(X_0, X_k)$.

В [2] соотношение (1) доказывается в предположении, что справедливо (2), случайное поле X ассоциировано, и верна оценка $u_r = O(r^{-\lambda})$, $r \to \infty$, $\lambda > 0$. Напомним, что коэффициент Кокса-Гримметта u_r задается формулой

$$u_r = \sum_{\|k\|_\infty \geqslant r} cov(X_0, X_k).$$

При этих условиях X является (BL,θ)-зависимым с $\theta_r = u_r$, $r > 0$ (см. [1], с. 111). Поэтому теорема 1 обобщает результат [2].

Литература

1. Булинский А.В., Шашкин А.П. Предельные теоремы для ассоциированных случайных полей и родственных систем. М., 2008.

2. Bulinski A.V., Kean M.S. Invariance principle for associated random fields // Journal of Mathematical Sciences. 1996. 81, 5, 2905-2911.