

Секция «Математика и механика»

Gaussian copula time series with heavy tails and strong dependence.

Мазур Анна Евгеньевна

Аспирант

МГУ - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: amfolyty@gmail.com

В работе устанавливается критерий принадлежности класса копульных функций $X_k = f(\xi_k)$, где ξ_k – стандартные нормальные случайные величины, Области Максимального Притяжения Фреше (MDA(α)) с параметром α . Доказывается предельная теорема для $X_k = f(\xi_k)$ с использованием ограничения на корреляционную функцию $\rho(k)$ для последовательности X_k в том случае, когда она существует (при $\alpha > 2$). Если $\alpha < 2$, то предельная теорема доказана с использованием техники перемешивания по Лидбеттеру. Предположим, что $g(x)$ непрерывная функция, дифференцируемая для всех достаточно больших x , $g(x) \rightarrow 0$ и $\frac{g'(x)}{x} \rightarrow 0$ для $x \rightarrow \infty$. Тогда последовательность случайных величин $f(\xi_k)$ принадлежит MDA(α), где

$$f(x) = C \exp\left(\frac{x^2}{2\alpha} + \int_0^x yg(y)dy\right), C > 0.$$

Будем обозначать за GC_α пространство функций f , определенных выше.

Пусть функция $f(x) \in GC_\alpha$, $\alpha > 2$ и ξ_k – гауссовская стационарная последовательность с нулевым средним и единичной дисперсией и корреляционной функцией $r(k)$. Обозначим за $\rho(k)$ корреляционную функцию копульного процесса X_k где его одномерная маргинальная функция распределения $F = \Phi(f^{-1}) \in MDA(\alpha)$. Если или $r(k) \ln k \rightarrow 0$, или $\rho(k) \ln k \rightarrow 0$ для $k \rightarrow \infty$, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\max_{k=1, \dots, n} X_k \text{ где мы можем положить}$$

$$d_n = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \text{ или } d_n = f(a_n), \text{ и } a_n = \sqrt{2 \ln n} - \frac{\ln \ln n}{2\sqrt{2 \ln n}}.$$

Если $\alpha < 2$, то первый и второй моменты не существуют, но предельная теорема остается верной. В этом случае доказательство опирается на следующее утверждение.

Если $r(n) \ln n \rightarrow 0$ и $f \in GC_\alpha$, то гауссовская копульная функция $X_k = f(\xi_k)$ удовлетворяет условиям перемешивания по Лидбеттеру $D(u_n)$ и $D'(u_n)$ для $u_n = xf(a_n)$ и всех $x > 0$.

Литература

1. M. R. Leadbetter et al., Extremes and related properties of random sequences and processes, Springer Verlag (1983).
2. L. de Haan, A. Ferreira., Extreme Value Theory. An Introduction. Springer, (2006).

Слова благодарности

Благодарность научному руководителю Питербаргу Владимиру Ильичу за постановку интересной задачи и неоценимый вклад при ее решении.