

Секция «Математика и механика»

Сравнение методов доверительного оценивания в нелинейных  
регрессионных моделях

*Колобков Дмитрий Сергеевич*

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет  
биоинженерии и биоинформатики, Москва, Россия*

*E-mail: dkolobok@list.ru*

Для идентификации параметров математических моделей в биологии используются данные экспериментов, в которых неизбежна погрешность. Чтобы по модели можно было делать предсказания, обладающие некоторой надежностью, для параметров и наблюдаемых используются доверительные оценки. Для регрессионных моделей широко освещены лишь простые доверительные оценки в простых моделях (например, в линейных моделях в качестве границ доверительных интервалов обычно берут квантили нормального распределения). В работе рассмотрены три метода доверительного оценивания отдельных параметров (доверительные интервалы), многомерного вектора параметров (доверительные области) и скалярной функции (доверительные бэнды) в нелинейных моделях.

Рассматриваются модели, задаваемые явной функцией:  $y = g(x, \theta)$ . Здесь  $x$  – скаляр (переменная),  $\theta$  –  $d$ -мерный вектор параметров,  $y$  – скаляр,  $g$  – непрерывная функция. Экспериментальная ошибка предполагается нормально распределенной с центром в нуле. Задача – оценить неизвестный вектор  $\theta_{true}$ , соответствующий реальному явлению. На базе  $\hat{\theta}$  (оценки максимального правдоподобия вектора  $\theta$ ) в работе построены доверительные оценки для  $\theta_{true}$  (доверительные интервалы, доверительные области) и непрерывной скалярной функции  $h(x, \theta_{true})$  (серии доверительных интервалов и доверительные полосы).

Три метода, рассмотренные в данной работе, аппроксимируют распределение  $\hat{\theta}$  по-разному: первый метод заключается в аппроксимации  $d$ -мерным  $t$ -распределением с числом степеней свободы  $n-d$ , второй, согласно теореме Уилкса, аппроксимирует функцию отношения правдоподобий (функцию от  $\hat{\theta}$ )  $\chi^2$ -распределением с числом степеней свободы  $n-d$ , третий - строит дискретную аппроксимацию с помощью техники бутстреппинг.

Перечисленные выше доверительные оценки, полученные каждым из методов, реализованы в языке R и построены на примере конкретной функции и сета экспериментальных данных.