Секция «Геометрия и топология»

Коммутирующие дифференциальные операторы

Оганесян Вардан Спартакович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: vardan.o@mail.ru

Если два дифференциальных оператора

$$L_n = \sum_{i=0}^{n} u_i(x)\partial_x^i, \quad L_m = \sum_{i=0}^{m} v_i(x)\partial_x^i$$

коммутируют, то существует полином $R(z,w)$ такой, что $R(L_n, L_m) = 0$. Кривая Γ, определенная соотношением $R(z,w) = 0$, называется *спектральной кривой.* Если

$$L_n\psi = z\psi, \quad L_m\psi = w\psi,$$

то $(z,w) \in \Gamma$. Для почти всех $(z,w) \in \Gamma$ размерность пространства общих собственных функций ψ одна и та же. Размерность пространства общих собственных функций двух коммутирующих дифференциальных операторов называется *рангом.* Ранг является общим делителем порядков операторов m и n. Коэффициенты коммутирующих операторов ранга 1 явно выражаются через тэта-функцию Римана. Случай ранга больше 1 значительно сложней. Общая классификация коммутирующих операторов ранга больше единицы была получена Кричевером. Общая форма коммутирующих операторов ранга 2 для произвольной эллиптической кривой была получена Кричевером и Новиковым. Общий вид операторов ранга 3 для произвольной эллиптической кривой (общий вид операторов ранга 3, рода 1 параметризуется двумя произвольными функциями) был найден Моховым. Эффективный метод построения операторов ранга 2 и рода больше 1 был придуман А.Е.Мироновым и с помощью этого метода было построено много различных примеров. В докладе будут рассмотрены новые методы и новые операторы ранга больше единицы. Также будет рассказано о их общие собственных функциях.

Источники и литература

1) J.L. Burchnall, I.W. Chaundy,Proc. London Math. Soc. (2),{21} (1923), 420–440.
2) И. М. Кричевер, “Интегрирование нелинейных уравнений методами алгебраической геометрии”, Функц. анализ и его прил., 11:1 (1977), 15–31
3) О. И. Мохов, “Коммутирующие дифференциальные операторы ранга 3 и нелинейные уравнения”, Изв. АН СССР. Сер. матем., 53:6 (1989), 1291–1315
4) A.E. Mironov. Self-adjoint commuting differential operators and commutative subalgebras of the Weyl algebra. Invent. math. (2014) 197:417-431
5) V.Oganesyan. Explicit characterization of some commuting differential operators of rank 2, arXiv:1502.07491
6) O.I.Mokhov. Commuting ordinary differential operators of arbitrary genus and arbitrary rank with polynomial coefficients. American Mathematical Society Translations, Volume 234 (2014), 323-336.