Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ряды как решение комплексного дифференциального уравнения

Новикова Ольга Викторовна

Сотрудник компании

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, Россия

E-mail: oly-novikova@yandex.ru

В работе [1] показано, каким образом нелинейное комплексное уравнение в частных производных

$$\overline{p}_t - ip_{xx} + 2ip(p^2 + \overline{p}^2) = 0 \tag{1}$$

с помощью автомодельных преобразований сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка

$$\begin{gathered} -k(k+1)^2 g + (k+1)^2 g'\xi + 4(k+1)(k+7)g^2\xi^{k+2} + 24(k+1)gg'\xi^{k+3} - \\ -4(k+3)\big(k+3+(k+1)(3k+7)\big)g\xi^{2k+2} - 4(k+3)(11k+25)g'\xi^{2k+3} + \\ +48(k+3)(g^3 - g'')\xi^{2k+4} + 16(6g^2g' - g''')\xi^{2k+5} = 0, \end{gathered} \tag{2}$$

где $\xi = (x^{-2}t)^{\frac{1}{k+1}}$, $k \neq -1$ – свободный целочисленный параметр.

ЛЕММА *Уравнение (2) имеет решения в виде рядов следующих видов:*

1) $g = \sum\limits_{n=(k+3)/2}^{\infty} a_n\xi^n$ *при нечётных* $k \le -3$*;*

2) $g = \sum\limits_{n=-k-2}^{\infty} a_n\xi^n$ *при* $k > -1$ *и чётных* $k \le -2$*;*

3) $g = \sum\limits_{n=k}^{\infty} a_n\xi^n$ *при* $k > -1$*;*

4) $g = \sum\limits_{n=-1}^{\infty} a_n\xi^n$ *при* $k \le -2$*.*

Для каждого случая леммы в рядах найдены значения старших коэффициентов; определены свободные коэффициенты; доказано существование конечных последовательностей обнуляющихся членов; найдены рекуррентные формулы, для определения остальных коэффициентов.

Решение уравнения (1) получаем с помощью возврата к заменам, выполненным в [1].

Источники и литература

1) Новикова О.В. Автомодельные решения комплекснозначного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных // Вестник Северо-Кавказского федерального университета, № 1 (40). 2014. С. 13 – 20.