

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**О попарной соизмеримости периодов одного семейства обыкновенных дифференциальных уравнений**  
**Загрядский Олег Александрович**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

*E-mail: grcozag@mail.ru*

В конце XIX века было установлено (Ж. Бертран, Г. Кёнигс и др.), что только под действием закона всемирного тяготения Ньютона, а также закона пружинного взаимодействия Гука, все ограниченные невырожденные орбиты при движении частицы вокруг Солнца будут замкнуты, алгебраичны и являться коническими сечениями. При обобщении этого результата с евклидовой плоскости на пространства постоянной кривизны, а также на поверхности вращения задача упирается в исследование периодичности решений (а также попарной-соизмеримости периодов периодических решений) одного семейства дифференциальных уравнений (на функцию  $z(\varphi)$ ) с одним действительным параметром  $K$  и двумя функциональными параметрами  $\Psi(z)$ ,  $\rho(z)$ :

$$\frac{d^2 z}{d\varphi^2} + \rho(z) = \frac{1}{K^2} \Psi(z).$$

Будет сформулирована теорема описывающая необходимые и достаточные условия на параметры  $K$ ,  $\Psi(z)$ ,  $\rho(z)$ , чтобы все ограниченные невырожденные непостоянные решения были периодическими с попарно-соизмеримыми периодами...

**Источники и литература**

- 1) Bertrand J., Theoreme relatif au mouvement d'un point attire vers un centre fixe, C.R. \Acad. \Soci. \Sci. \Phys. \Math. \17 (1846), 1707–1709. Engl. transl.: F. \C., V., A. \C., An English translation of Bertrand's theorem (2007), arXiv:0704.2396v1.
- 2) Koenigs G., Sur les lois de force central fonction de la distance pour laquelle toutes les trajectoires sont algebriques, Bull. \de la Soci. \et \de France 17 (1889), 153 – 155.
- 3) Козлов В. \В., Одинамические пространства постоянной кривизны, Вестник Моск. \ун-та. Сер. \1, Матем. \1997, 31–35.
- 4) Загрядский О. А., Кудрявцева Е.А., Федосеев Д.А. Обобщение теоремы Бертрانا на поверхности вращения // Матем. сб. 2012. \{203\}, №8. 39-78.
- 5) Perlick V., Bertrand spacetimes, Class. \Quantum Grav. 9 (1992), 1009 – 1021.