

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**Алгоритм анализа критичности узлов системы защиты на основе  
безмасштабных сетей**

*Сусакин Павел Алексеевич*

*Выпускник (специалист)*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
Москва, Россия

*E-mail: pavelusakin@yandex.ru*

Современное общество с каждым годом все более становится зависимым от информационной инфраструктуры, в которую наряду с потребительскими службами плотно интегрируются государственные службы, автоматизированные системы управления в различных областях промышленности. Такая среда активно используется не только рядовыми гражданами, но и преступными лицами с целью нарушения целостности данных систем, компрометации конфиденциальной информации, а также получения несанкционированного доступа к контролю управляющих узлов систем. Таких лиц будем называть злоумышленниками.

В настоящее время основу информационной инфраструктуры составляют глобальные и локальные вычислительные сети, которые строятся с использованием как проводных, так и беспроводных технологий. Поэтому злоумышленнику зачастую нет необходимости напрямую воздействовать на потенциальный объект системы, а в зависимости от наличия у него необходимой информации об узлах системы достаточно выбрать критические узлы, защита которых ниже, чем у центральных. С помощью реализации различных методов воздействия (угроз) злоумышленник поражает критические узлы и может нарушить работу центральных узлов.

Таким образом, необходимо иметь эффективные методы выявления критических узлов, которые требуют дополнительных мер безопасности в целях снижения риска возникновения таких состояний системы, когда она становится неуправляемой.

Достижение цели системы защиты, заключающейся в защите центральных узлов системы и предупреждении атак злоумышленника, возможно за счет решения следующих задач:

- выявление критических узлов системы;
- определение вероятных угроз злоумышленника при атаке системы, на основе информации из внешней среды;
- повышение защищенности критических узлов системы, на основе проведенного анализа.

Для достижения поставленных задач разработаны алгоритмы поиска критических узлов системы и определения вероятных угроз злоумышленника и программа, реализующая данные алгоритмы.

Оценка критичности узлов основана на возможности управления системой злоумышленником. Динамическая система является управляемой, если с подходящим набором входов она может быть переведена из любого начального состояния до любого желаемого конечного состояния в конечное время.

Состояние системы описывается с помощью системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{s}(t) = A(t)s(t) + B(t)z(t) + f(t), \quad (1)$$

где  $s$  –  $n$ -мерный вектор фазового состояния;

$z$  –  $k$ -мерный вектор управлений;

$A(t)$  и  $B(t)$  – матрицы соответствующих размерностей с вещественными, непрерывными при  $t \in [0, +\infty)$ , элементами;

$f(t)$  – непрерывная при  $t \in [0, +\infty)$  вектор-функция.

В случае, когда матрицы  $A$  и  $B$  стационарны, существует достаточное условие полной управляемости (критерий Калмана) [2]: для того, чтобы система (1) с постоянными матрицами  $A$  и  $B$  была полностью управляемой, необходимо и достаточно, чтобы:

$$\text{rank}(S) = \text{rank}(B, AB, \dots, A^{n-1}B) = n. \quad (2)$$

Чтобы применить критерий Калмана в произвольной системе, необходимо знать веса всех связей (то есть,  $a_{i,j}$ ), которые для большинства реальных систем или неизвестны, или известны только примерно и зависят от времени. Даже если все веса известны, грубый поиск требует, чтобы мы вычислили ранг  $S$  в течение  $2^N - 1$  различных операций, что является вычислительно недостижимой задачей для крупных систем.

Чтобы обойти необходимость измерения весов связей и вычисления ранга, отметим, что система  $(A, B)$  является *структурно управляемой*, если возможно выбрать ненулевые веса в  $A$  и  $B$  так, что система будет удовлетворять (2). Для достижения структурной управляемости, необходимо определить набор управляющих узлов, достаточный для контроля системы в целом [4].

Доказано, что минимальное число входов или управляющих узлов, необходимых для поддержания полного контроля над системой, определяется максимальным паросочетанием в системе [5]. Чтобы оценить критичность каждого узла, необходимо составить набор максимальных паросочетаний  $V$ .

Для определения критических узлов системы введено понятие *степени критичности*  $k$  узла. Узел  $s$  является критическим узлом степени  $k \in \overline{1, n}$ , если существует такой максимальный по мощности набор  $\{V_1, V_2, \dots, V_k\} \subseteq V$ , что

$$s \in \bigcap_{i=1}^k V_i. \quad (3)$$

Определим  $V^k$  как множество всех узлов системы со степенью критичности, равной  $k$ . Каждому узлу  $s \in V^k$ , где  $k \in \overline{1, n}$ , поставим в соответствие коэффициент критичности – число, равное отношению  $k/n$ .

Таким образом, полученный коэффициент критичности отражает, в какой доле возможных структурных управлений, данный узел является критическим (управляющим) узлом системы. Защита узлов с наибольшим коэффициентом критичности является первоочередной задачей с целью предупреждения атаки злоумышленника.

Определение вероятных угроз злоумышленника возможно на основе информации, доступной из внешней среды.

Пусть имеется множество  $EE$  автоматизированных систем управления  $S \in EE$ . Угрозы АСУ опишем в виде множества  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ .

Искомый вектор реальных угроз можно представить с помощью информационно-параметрического базиса [2], исходя из знания информации из внешней среды:

$$V(z, S) = \{z \in Z : I_n(z, S) \cap I_o(z, S) \neq \emptyset\}. \quad (4)$$

где  $I_n(z, S)$  – информация "провоцирующая" в отношении системы  $S$  угрозой  $z$ ;

$I_o(z, S)$  – информация о реализации угрозы  $z$  в отношении системы  $S$ .

Поиск данного вектора равносильен решению задачи определения системы общих представителей [1] угроз для узлов исследуемой системы.

В результате проведенной работы разработаны методы и алгоритмы оценки критичности узлов системы и определения вероятных угроз злоумышленника, а также разработана программа, реализующая данные алгоритмы.

### Источники и литература

- 1) Райгородский А.М. Системы общих представителей в комбинаторике и их приложения в геометрии. – М.: МЦНМО, 2009. – 136 с.
- 2) Смирнов Н.В., Смирнова Т.Е., Тамасян Г.Ш. Стабилизация программных движений при полной и неполной обратной связи: Учебное пособие. – СПб.: «СОЛЮ», 2013. – 131 с.
- 3) С.В. Смуров, А.М. Гладков, П.В. Воронов. Формализованное представление субпроблемы «системности» в общей проблеме обеспечения безопасности автоматизированных систем // Известия Института инженерной физики. – 2014. – № 4 (34). – С. 2-8.
- 4) Lin, C.-T. Structural controllability // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1974. – № 19. – С. 201-208.
- 5) Y.-Y. Liu, J.-J. Slotine, A.-L. Barabasi Controllability of Complex Networks // Nature. – 2011. – № 473. – С. 167-173.