Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Поперечные колебания вязкоупругого каната переменной длины, обладающего изгибной жесткостью, с учетом влияния сил сопротивления среды

Литвинов Владислав Львович

Аспирант

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

E-mail: vladlitvinov@rambler.ru

Литвинов Владислав Львович

Старший преподаватель Самарский государственный технический университет, кафедра общетеоретических дисциплин, Сызрань, Россия E-mail: vladlitvinov@rambler.ru

Рассмотрим поперечные колебания, явление установившегося резонанса и прохождение через резонанс каната переменной длины, обладающего изгибной жесткостью, с учетом влияния сил сопротивления среды и вязкоупругости.

Дифференциальное уравнение, описывающее колебания каната, имеет вид:

(1)

(2)

(3)

Для решения задачи (1) - (3) воспользуемся методом Канторовича-Галеркина [1]. Решение будем искать в виде

Амплитуда колебаний, соответствующих n-ой динамической моде, имеет следующий вид: где

Установившийся резонанс в рассматриваемой системе наблюдается, если: где - постоянная величина.

Явление прохождения через резонанс может возникнуть на любой из динамических мод, при воздействии на систему гармонического возмущения с частотой когда . Точка резонансной области приближенно определяется по следующей формуле:

Выражение для максимально возможной амплитуды при прохождении через резонанс имеет вид:

Литература

1. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов с движущимися границами при помощи метода Канторовича-Галеркина / В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». №1 (18). - 2009.

Слова благодарности

Добрый день! К сожалению не владею ТеХ. Могу компенсировать расходы по переводу в ТеХ. Спасибо!

Иллюстрации

Рис. 1. Добрый день! К сожалению не владею TeX. Могу компенсировать расходы по переводу в TeX. Спасибо!

Поперечные колебания вязкоупругого каната переменной длины, обладающего изгибной жесткостью, с учетом влияния сил сопротивления среды

Литвинов Владислав Львович
Старший преподаватель
Самарский государственный технический университет,
кафедра общетеоретических дисциплин, Сызрань, Россия
E–mail: vladlitvinov@rambler.ru

Рассмотрим поперечные колебания, явление установившегося резонанса и прохождение через резонанс каната переменной длины, обладающего изгибной жесткостью, с учетом влияния сил сопротивления среды и вязкоупругости.

Дифференциальное уравнение, описывающее колебания каната, имеет вид:

$$V_{\tau\tau}(\xi,\tau)-V_{\xi\xi}(\xi,\tau)-\alpha^2V(\xi,\tau)+(\beta^2-\alpha\gamma^2)V_{\xi\xi\xi\xi}(\xi,\tau)+\gamma^2V_{\xi\xi\xi\xi\tau}(\xi,\tau)=0; \qquad (1)$$

$$V(0,\tau)=0;\; V_{\xi\xi}(0,\tau)=0; \qquad (2)$$

$$V(l(\varepsilon\tau),\tau)=e^{\alpha\tau}\cos W(\tau);\; V_{\xi}(l(\varepsilon\tau),\tau)=0. \qquad (3)$$

Для решения задачи (1) - (3) воспользуемся методом Канторовича-Галеркина [1]. Решение будем искать в виде

$$V(\xi,\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n(\tau)X_n(\xi,\varepsilon\tau).$$

Амплитуда колебаний, соответствующих n-ой динамической моде, имеет следующий вид: $A_n^2(\tau)=E_n^2(\varepsilon\tau)\left\{\left[\int\limits_0^{\tau}F_n(\varepsilon\zeta)\cos\Phi_n(\zeta)d\zeta\right]^2+\left[\int\limits_0^{\tau}F_n(\varepsilon\zeta)\sin\Phi_n(\zeta)d\zeta\right]^2\right\}$, где

$$E_n^2(\varepsilon\tau)=\frac{e^{-2\alpha\tau}}{4A_{1n}(\varepsilon\tau)\Omega_{0n}(\varepsilon\tau)};\; \Phi_n(\zeta)=w_n(\zeta)-W_n(\zeta);\; F_n(\varepsilon\zeta)=\omega_{0n}^2(\varepsilon\zeta)Q_{n_{21}}(\varepsilon\zeta)e^{\alpha\varsigma}\sqrt{\frac{A_{1n}(\varepsilon\zeta)}{\Omega_{0n}(\varepsilon\zeta)}}.$$

Установившийся резонанс в рассматриваемой системе наблюдается, если: $W_n(\tau)=w_n(\tau)+\gamma$, где γ - постоянная величина.

Явление прохождения через резонанс может возникнуть на любой из динамических мод, при воздействии на систему гармонического возмущения с частотой ω_0, когда $W(\tau)=\tau$. Точка резонансной области τ_0 приближенно определяется по следующей формуле:

$$\tau_0=\frac{1}{\varepsilon}\left[\sqrt{\frac{2\delta^2}{-1+\sqrt{1+4\delta^2(1+\alpha^2)}}}\cdot\pi n-1\right].$$

Выражение для максимально возможной амплитуды при прохождении через резонанс имеет вид:

$$A_n^2(\tau_1,\tau_2)=E_n^2(\varepsilon\tau_2)\left\{\left[\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2}F_n(\varepsilon\zeta)\cos\Phi_n(\zeta)d\zeta\right]^2+\left[\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2}F_n(\varepsilon\zeta)\sin\Phi_n(\zeta)d\zeta\right]^2\right\}.$$

Литература

1. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов с движущимися границами при помощи метода Канторовича-Галеркина / В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». №1 (18). – 2009.

Рис. 2. Добрый день! К сожалению не владею TeX. Могу компенсировать расходы по переводу в TeX. Спасибо!