

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О задаче Соболева, ассоциированной с компактной группой Ли

Лощенова Дарья Александровна

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: darya.loshhenova.90@bk.ru

Пусть M — гладкое замкнутое многообразие размерности n , а X — подмногообразие коразмерности $\nu = n/2$. Будем также предполагать, что на M действует компактная группа Ли G . Действие группы G индуцирует представление группы в пространствах функций на M операторами сдвига T_g , действующими на функции u по формуле

$$(T_g u)(x) = u(g^{-1}x).$$

В настоящей работе исследуется следующая задача Соболева [1], [2] с нелокальным граничным условием

$$\begin{cases} Du \equiv f \pmod{X}, & u \in H^s(M), f \in H^{s-m}(M) \\ i^* B u = \varphi, & \varphi \in H^{s-b-\nu/2}(X), \end{cases} \quad (1)$$

где D — псевдодифференциальный оператор (далее ПДО) на M порядка m , $i^* : H^{s-b}(M) \rightarrow H^{s-b-\frac{\nu}{2}}(X)$ — оператор сужения функций на подмногообразии, индуцированный вложением $i : X \subset M$, а сравнение понимается в том смысле, что функции Du и f совпадают вне X . Наконец, граничное условие в (1) определяется нелокальным оператором

$$B u = B_0 u + \int_G B_g T_g u dg \quad (2)$$

ассоциированным с группой G . Здесь B_0 — ПДО на M порядка b , а B_g ($g \in G$) — семейство ПДО на M того же порядка b , гладко зависящее от g . Мы будем предполагать, что порядки операторов связаны с индексами пространств Соболева неравенствами $s - b - \nu/2 > 0$ (ограниченность граничного оператора) и $0 < m - s - \nu/2 \leq 1$ (эти неравенства обеспечивают то, что в задаче Соболева требуется только одно граничное условие). Основным результатом работы состоит в указании условий, при которых задача (1) является фредгольмовой, а также в предъявлении формулы индекса этой задачи.

Источники и литература

- 1) Савин А. Ю., Стернин Б.Ю. Нелокальные эллиптические операторы для компактных групп Ли // Докл. АН. М., 2010. Т. 4. С. 457-460.
- 2) Стернин Б. Ю. Эллиптические и параболические задачи на многообразиях с границей, состоящей из компонент различной размерности // Труды Моск. Мат. общ-ва. М., 1966. Т. 15. С. 346-382