Изучение нелинейных интегральных уравнений, описывающих стационарные точки и механизмы сосуществования двухвидовых самоструктурирующихся популяций

Савостьянов Антон Сергеевич

Студент

Факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, Москва, Россия

E-mail: a.s.savostyanov@gmail.com

Настоящая работа посвящена изучению двухвидовой популяционной пространственной модели биологических сообществ, предложенной Ульфом Дикманом [1]. Основываясь на ранее изученных моделях [2], данная модель подходит к изучению самоструктурирующихся в пространстве сообществ при помощи N_i — средних ожидаемых плотностей индивидов i−ого вида; и $C_{ij}(\xi)$ — средних ожидаемых плотностей пар $\langle i, j\rangle$-видов на расстоянии ξ, приближая пространственные структуры высших порядков данными величинами.

В рамках работы исследуются стационарные положения системы, т.е. такие, что

$$\forall i, j : \quad \frac{\partial N_i}{\partial t} = 0, \ \frac{\partial C_{ij}(\xi)}{\partial t} = 0$$

В случае одновидовой популяции для аппроксимаций, порождающих линейное интегральное уравнение, в работе [3] было показано необходимое отсутствие экзогенной смертности в популяции; нами был разработан численный метод, позволяющий изучать стационарные точки в случае аппроксимаций, приводящих к нелинейным уравнениям.

В рамках данной работы рассмотрен случай двухвидовой популяции, стационарные точки которой описываются следующей системой:

$$\begin{cases} C_{11} = K_{11}[C_{11}, C_{12}, C_{22}, N_1, N_2] \\ C_{22} = K_{22}[C_{11}, C_{12}, C_{22}, N_1, N_2] \\ C_{12} = K_{12}[C_{11}, C_{12}, C_{22}, N_1, N_2] \\ N_1 = L_1[C_{11}, C_{12}, C_{22}] \\ N_2 = L_2[C_{11}, C_{12}, C_{22}], \end{cases} \tag{1}$$

где K_{ij} $(i, j = 1, 2)$ — интегральные операторы с нелинейностями вида $C_{ij} \cdot [f * C_{ij}](\xi)$ и $[(f \cdot C_{ij}) * C_{ij}](\xi)$, L_1 — интегральный оператор, содержащий $\int_{\mathbb{R}^n} f(\xi) \cdot C_{ij}(\xi) d\xi$ (где $f(\xi)$ — известная функция).

На основе метода последовательных приближений (рядов Неймана) и прежних результатов был разработан численный метод, использующий преобразование Ханкеля, позволивший находить стационарные точки системы (1). Работа метода реализована сходящимся применением операторов (1) по следующей схеме:

$$C_{12} = K_{12} \Rightarrow N_1 = L_1,\ N_2 = L_2 \Rightarrow C_{11} = K_{11},\ C_{22} = K_{22} \Rightarrow \\ \Rightarrow N_1 = L_1,\ N_2 = L_2 \Rightarrow C_{12} = K_{12} \Rightarrow \ldots$$

Центральное место в исследовании занимает изучение механизмов сосуществования, т.е. таких стационарных точек, что $N_1 \neq 0$, $N_2 \neq 0$, при наличия межвидовой конкуренции (т.е. популяция не распадается на два независимых сообщества): изучается влияние пространственной структуры популяций на механизмы competition-colonization trade-off и heteromyopia, предложенные в [4].

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-6108.2015.9. Работа подготовлена в ходе проведения исследования (16-05-0069) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» в 2016 – 2017 гг. и с использованием средств субсидии на государственную поддержку ведущих университетов Российской Федерации в целях повышения их конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, выделенной НИУ ВШЭ.

Литература

1. Dieckmann U. & Law R. (2000). Relaxation Projections and the Method of Moments. // The Geometry of Ecological Interactions pp. 412–455. Cambridge University Press.
2. Van Baalen M (2000). Pair approximations for different spatial geometries. // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity, pp. 359–387. Cambridge University Press.
3. Бодров А. Г., Никитин А А. Качественный и численный анализ интегрального уравнения, возникающего в модели популяции стационарных сообществ // ДАН. 2014. Т. 455, № 5. С. 507–511.
4. Murrell, D. J. & Law, R. (2003). Heteromyopia and the spatial coexistence of similar competitors. // Ecology Letters, №6: pp.48–59