

Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

**Асимптотика собственных значений оператора Штурма-Лиувилля с  $\delta$ -потенциалом**

**Тагирова Рена Насировна**

*Аспирант*

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,

Архангельск, Россия

*E-mail: orinoko\_mgu@mail.ru*

В данной работе рассматривается оператор, порожденный дифференциальным выражением

$$l(y) := -y'' + h\delta(x)y$$

в пространстве  $L_2[-1; 1]$ , где  $\delta(x)$  — это функция Дирака сосредоточенная в нуле и  $h$  — некоторое вещественное число. Изучается задача на собственные значения для уравнения

$$l(y) = z^2y \quad (1)$$

удовлетворяющего одним из следующих пар граничных условий

$$y(-1) = y(1) = 0 \quad (2)$$

$$y^{[1]}(-1) = y^{[1]}(1) = 0 \quad (3)$$

$$y(-1) = y^{[1]}(1) = 0 \quad (4)$$

$$y(-1) = y(1) \text{ и } y^{[1]}(-1) = y^{[1]}(1). \quad (5)$$

Задачи (1)–(2), (1)–(3), (1)–(4), (1)–(5) являются примерами самосопряженных задач на собственные значения для оператора Штурма-Лиувилля. Следуя работе [3] определяется замкнутый минимальный оператор  $L_0$  порожденный дифференциальным выражением  $l(y)$  на интервале  $(-1; 1)$ . Оператор  $L_0$  является симметрическим оператором с всюду плотной областью определения и дефектными числами  $(2, 2)$ . Краевые условия (2)–(5) определяют самосопряженные расширения оператора  $L_0$  (см. [1], [3]) и в каждом случае выписаны целые функции, множество нулей которых совпадают с множеством собственных значений соответствующей задачи. Также найдены асимптотические формулы для собственных значений. В работе [2] найдены асимптотические формулы для собственных значений и формула регуляризованного следа для задачи

$$\begin{cases} -y''(x) + \delta(x - \frac{\pi}{2})y(x) = \lambda y \\ y(0) = y(\pi) = 0, \end{cases}$$

т.е. задачи на собственные значения для оператора Штурма-Лиувилля с граничными условиями Дирихле.

### Источники и литература

- 1) Коддингтон Э.Л., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений // Москва 1958. С. 323
- 2) Савчук А.М. Регуляризованный след первого порядка оператора Штурма-Лиувилля с  $\delta$ -потенциалом // Успехи математических наук, 55:6(336) (2000) С. 155-156
- 3) Савчук А.М., Шкаликов А.А. Операторы Штурма-Лиувилля с сингулярными потенциалами // Матем. Заметки. 1999. Т. 66. №6. С. 897-912