

Оценка кривизны Риччи взвешенного дерева

Рублёва Ольга Владимировна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: rubeva-olga91@mail.ru

<p>В конце XX века в дифференциальной геометрии появилось новое направление: исследование понятия кривизны Риччи для метрического пространства общего вида ([1]). В 2009 году в [2] было введено понятие грубой кривизны Риччи для метрических пространств с цепями Маркова. Это определение в 2011 году применили для метрических пространств, порожденных графами ([3]). В работе [4] была доказана формула для кривизны Риччи взвешенного дерева. В связи с этим возникла задача об оценке этой кривизны. В докладе будет сформулирована и доказана теорема об оценке кривизны Риччи взвешенного дерева. Пусть $U(x) := \frac{1}{\deg(x)} \sum_{z \sim x} k_z^* \cdot d(z, x)$, где $k_z^* = +1$, если $d(z, x) = \min_{z \sim x} d(x, z)$, и $k_z^* = -1$ для остальных $z \sim x$. В частности, если $\deg(x) = 1$, $U(x) = d(x, x')$, где $x \sim x'$.
Теорема. Пусть $G = (V, E)$ — взвешенное дерево, ω — весовая функция, d — функция, измеряющая вес пути между вершинами дерева. Тогда кривизну Риччи между любыми вершинами дерева G , не являющегося отрезком, можно оценить сверху и снизу так:

$$\frac{1}{\text{diam}(G)} \left(2 \min_{x \in V} (U(x)) \right) \leq \frac{1}{d(x, y)} \left(2 \min_{x \in V} (U(x)) \right) \leq k(x, y) \leq 1,$$

причем эти оценки являются точными. Для отрезка xy кривизна $k(x, y) = 2$.

Источники и литература

- 1) D. Bakry, M. Emery Diffusions hypercontractives //Seminaire de probabilites, XIX, Lecture Notes in Math. 1123, Springer, Berlin. 1985, P. 177-206
- 2) Y. Ollivier Ricci curvature of Markov chains on metric spaces // J. Funct. Anal. 256(3). 2009. P. 810-864
- 3) Y. Lin, L.Y. Lu, S.T.Yau Ricci curvaure of graphs// Tohoku Mathematical Journal, 63, 2011, P. 605-627
- 4) О.В. Рублева Кривизна Риччи взвешенных деревьев // Вестник Моск. ун-та, Сер.1. Математика, 2015, No. 6. С. 52-54

Слова благодарности

Автор выражает благодарность д.ф.-м.н. А. О. Иванову и д.ф.-м.н. А. А. Тужилину за постановку задачи и помощь в работе. Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ, проект НШ-581.2014.1, гранта РФФИ проект РФФИ 13-01-00664а.