Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Многоступенчатые групповые проверки

Воробьев Илья Викторович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vorobyev.i.v@yandex.ru

Рассмотрим множество из t элементов, среди которых присутствуют *дефектные* элементы. Классическая задача группового тестирования – выявить все дефектные элементы в предположении, что их количество $\leq s$, $s \ll t$, используя при этом минимальное количество вопросов (групповых тестов). *Вопросом* является произвольное подмножество элементов T, $T \subset [t]$, а *ответом* – 1, если T содержит хотя бы один дефектный элемент, и 0 иначе. Различают адаптивные и неадаптивные стратегии поиска. Неадаптивные стратегии отличаются от адаптивных тем, что в них тесты определяются заранее и не меняются в зависимости от результатов уже проведенных к этому моменту тестов. Определим *асимптотическую скорость* оптимального поиска $\leq s$ дефектов как

$$R(s) = \overline{\lim_{t \to \infty}} \frac{\log_2 t}{N(t,s)},$$

где число $N(t,s)$ равно минимальному числу тестов, необходимых для нахождения всех дефектов.

Известно, что скорость адаптивной стратегии $R^a(s) = \frac{1}{s}$, в то время как для неадаптивных стратегий скорость существенно меньше[1,2]

$$R^{na}(s) = \Theta\left(\frac{\log_2 s}{s^2}\right), \quad s \to \infty.$$

В этой работе рассматриваются многоступенчатые процедуры поиска дефектов. Это означает, что все тесты делятся на некоторое количество ступеней p, и тесты проводимые на ступени i могут зависеть от результатов тестов на ступенях $1, 2, \ldots, i-1$. Для случая $s = 2$ предложен четырехступенчатый алгоритм поиска с достигающей информационной границы скоростью $R(2) = \frac{1}{2}$, что невозможно в неадаптивном случае[3]. Для общего случая $s > 2$ построен алгоритм, состоящий из $2s-1$ ступени и имеющий скорость $R(s) = \frac{1}{2s-1}$.

Источники и литература

1) А.Г. Дьячков, И.В. Воробьев, Н.А. Полянский, В.Ю. Щукин. Границы скорости дизъюнктивных кодов. // Пробл. передачи информ, 2014, 50:1, 31-63.
2) Дьячков А.Г., Рыков В.В. Границы длины дизъюнктивных кодов. // Пробл. передачи информ, 1982, 18:3. 7-13.
3) Copperersmith D., Shearer J. New Bounds for Union-free Families of Sets. // The Electronic Journal of Combinatorics. 1998, 5:1.