Секция «Геометрия и топология»

Линейная связность сферы в пространстве Громова-Хаусдорфа

Научный руководитель – Тужилин Алексей Августинович

Цветников Роман Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

Важным геометрическим объектом является метрика Громова–Хаусдорфа, появившееся в геометрии во второй половине 20 века. Она измеряет различие между двумя произвольными метрическими пространствами и, фактически, является мерой наилучшего "совмещения" пространств. Имеются различные приложения метрики Громова – Хаусдорфа, например в теории распознавания образов.

Пусть X' и Y' — два непустых подмножества метрического пространства M. Тогда *расстоянием по Хаусдорфу,* $d_H(X',Y')$*, между* X' *и* Y' называется точная нижняя грань чисел d, таких, что d-окрестность X' содержит Y' и также d-окрестность Y' содержит X'.

Пусть X и Y — произвольные компактные метрические пространства. Тройку (X',Y',Z), состоящую из метрического пространства Z и двух его подмножеств X' и Y', изометричных соответственно X и Y, назовем *реализацией пары* (X,Y). *Расстоянием* d_{GH} *по Громову–Хаусдорфу между* X *и* Y назовем точную нижнюю грань чисел ρ, для которых существует реализация (X',Y',Z) пары (X,Y) такая, что $d_H(X',Y') \le \rho$.

Хорошо известно [1], что определенная выше функция d_{GH} является метрикой на множестве $\mathcal{M}$ компактных метрических пространств, рассматриваемых с точностью до изометрии.

Для $A \in \mathcal{M}$ и вещественного $\lambda > 0$ через через λA будем обозначать метрическое пространство, которое получается из A умножением всех расстояний в нём на λ.

Основная задача — выяснить, являются ли сферы в $\mathcal{M}$ линейно связными. В процессе работы удалось доказать линейную связность достаточно широкого класса сфер.

Каждая сфера $S \in \mathcal{M}$ с центром в одноточечном компакте линейно связна.

Каждая сфера $S \in \mathcal{M}$ с центром в $G \in \mathcal{M}$ и с радиусом $r > \mathrm{diam}[G]$ линейно связна.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. профессору А. А. Тужилину, а также д.ф.-м.н. профессору А. О. Иванову за постановку задач и постоянное внимание к работе.

Список литературы

[1] Бураго Д.Ю., Бураго Ю.Д., Иванов С.В. Курс метрической геометрии. ISBN: 5-93972-300-4, год издания: 2004.