

**Свойства реакции опорной кривой в задаче о брахистохроне в
сопротивляющейся среде**

Научный руководитель – Черкасов Олег Юрьевич

Зароднюк Алёна Владимировна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия

E-mail: alenaz_90@inbox.ru

Рассматривается движение материальной точки в вертикальной плоскости в однородном поле силы тяжести и в однородной сопротивляющейся среде. Задача состоит в определении характерных свойств реакции опоры вдоль траектории, обеспечивающей максимизацию горизонтальной координаты точки при движении её из заданного начального состояния за фиксированный промежуток времени. Задача максимизации дальности взаимосвязана с модифицированной задачей о брахистохроне - задаче выбора формы траектории, время движения по которой от начальной заданной точки в вертикальной плоскости до фиксированной вертикальной прямой будет минимальным.

Различные обобщения задачи о брахистохроне, находят свое отражение не только в учебных курсах и практикумах по теории управления. Задачи быстрогодействия и максимизации горизонтальной дальности актуальны при оптимизации траекторий летательных аппаратов, построения профиля железнодорожных сортировочных горок, выборе формы эвакуационных трапов, аттракционов типа «американские горки» и т.д.

Целью настоящей работы является аналитическое исследование знака реакции опорной кривой вдоль экстремали для задачи максимизации горизонтальной дальности и задачи о брахистохроне в случае нелинейного вязкого сопротивления и ненулевой начальной скорости.

В ходе проведенного анализа было установлено, что в случае линейного вязкого сопротивления знак реакции опоры при движении вдоль экстремальной траектории положителен. Для нелинейного вязкого сопротивления, пропорционального скорости в некоторой степени n , существует пороговое значение скорости такое, что если начальная скорость меньше этого значения, то знак реакции вдоль экстремальной траектории также положителен. Если начальная скорость больше порогового значения, то смена знака реакции возможна не более одного раза, при этом переключение происходит с отрицательного значения на положительное. Полученные выводы согласуются с результатами численного моделирования в работах [1, 2, 3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-31-00204.

Источники и литература

- 1) Jeremić O., Šalinić S., Obradović A., Mitrović Z. On the brachistochrone of a variable mass particle in general force fields // *Mathem. and Comp. Modelling*. 2011, 54, PP. 2900–2912.
- 2) Голубев Ю.Ф. Брахистохрона с трением // *Изв РАН. Теор. и сис. упр.* 2010, №5, С.41-52.
- 3) Vratanař B., Saje. M. On the analytical solution of the brachistochrone problem in a non-conservative field // *Int. J. Non-Linear Mechanics*. 1998, V.33, PP. 489-505.