

Вероятностная семантика для логики QCL

Научный руководитель – Васюков Владимир Леонидович

*Шишов Константин Васильевич**Студент (магистр)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

E-mail: tassadarus@mail.ru

Довольно условно можно определить *квантовую логику* как раздел неклассической логики, в котором для обоснования правильности умозаключений используются стандартные логические средства, с наложенными на них ограничениями квантовой механики.

Одной из важнейших характеристик квантовой логики, а в частности и системы QCL, является *вероятностный* характер логических систем. В связи с этим, для построения адекватных семантик нередко обращаются к средствам вероятностных семантик. Для системы QCL, которая работает с *кубитами*, которые являются векторами в двумерном гильбертовом пространстве, *вероятностная мера* кубита $|\psi\rangle$ ($Prob(|\psi\rangle)$) определяется следующим образом:

Пусть $|\psi\rangle = \sum_{j=0}^{2^n-1} a_j |j\rangle$ является вектором в $\otimes^n \mathbf{C}^2$, таким что $|\psi\rangle = \sum_{j=0}^{2^n-1} |a_j|^2 \leq 1$. Тогда вероятностной мерой $|\psi\rangle$ будет являться:

$$Prob(|\psi\rangle) := \sum_{a_j \in \mathbf{C}^+} |a_j|^2$$

Далее, зададим интерпретацию логических связок в QCL, основываясь на вероятностной мере.

- 1) $Prob(\text{AND}(|\varphi\rangle, |\psi\rangle)) = Prob(|\varphi\rangle) * Prob(|\psi\rangle)$;
- 2) $Prob(\text{NOT}(|\varphi\rangle)) = 1 - Prob(|\varphi\rangle)$;
- 3) $Prob(\text{OR}(|\varphi\rangle, |\psi\rangle)) = Prob(|\varphi\rangle) + Prob(|\psi\rangle) - Prob(|\varphi\rangle) * Prob(|\psi\rangle)$;
- 4) $Prob(\sqrt{\text{NOT}}(|\varphi\rangle)) = \sum_{j \in \mathbf{C}^+|\varphi} |\frac{1}{2}(1-i)a_{j-1} + \frac{1}{2}(1+i)a_j|^2$;
- 5) $Prob(\sqrt{\text{NOT}}(\text{NOT}(|\varphi\rangle))) = Prob(\text{NOT}(\text{NOT}(|\varphi\rangle))) = \sum_{j \in \mathbf{C}^+|\varphi} |\frac{1}{2}(1+i)a_{j-1} + \frac{1}{2}(1-i)a_j|^2$;
- 6) $Prob(\sqrt{\text{NOT}}(\text{AND}(|\varphi\rangle, |\psi\rangle))) = \frac{1}{2}$;

Отдельный вопрос вызывает введения понятия *логического следования*, который допускает некоторую вариативность в своей реализации. Кроме того, представляется весьма интересным исследовать, какой функционал предоставляет такая семантика для иных логических систем.

Источники и литература

- 1) Dalla Chiara, M., L., Giuntini, R., Greechie, R. Reasoning in Quantum Theory, Springer, 2004
- 2) Dalla Chiara M.L., Giuntini R., Leporini R. Quantum computational logic. A survey // Trends in Logic Volume 21, 2003, pp 229-271