Исследование топологии слоений Лиувилля интегрируемого биллиарда в невыпуклых областях.

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Москвин Виктор Александрович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: aoshi.k68@gmail.com

Биллиардная задача (биллиард) — динамическая система, описывающая движение материальной точки внутри области с естественным абсолютно упругим отражением на границе (угол падения равен углу отражения). В монографии С.Л. Табачникова [1] дан обзор современных исследований биллиардов. Топология совместных поверхностей уровня интегралов описывается с помощью теории А.Т. Фоменко[2]. В настоящей работе исследуются бильярды, потоки в которых не являются полными. Траектории, попавшие в прямые углы, мы доопределим по непрерывности. Поступить так же с траекториями, попавшими в вершину тупого угла, сохраняя при этом непрерывность системы, невозможно. Рассмотрены биллиарды в невыпуклых областях, ограниченных дугами софокусных квадрик с ровно одной вершиной угла в $3\pi/2$ на границе области, такие биллиарды назовем биллиардами сложности 1.

Теорема 1. *Любой элементарный биллиард сложности* 1 *эквивалентен одному из* 14 *биллиардов и принадлежит одной из следующих двух серий:* 1) *элементарные биллиарды серии S, содержащие отрезок фокальной прямой между фокусами. (внутри области или на ее границе). Существует ровно 7 таких типов. Все такие биллиарды изображены на рис. 1;* 2) *элементарные биллиарды серии L, которые не содержат отрезок фокальной прямой между фокусами. Такие биллиарды имеют вид шестиугольника, ограниченного дугами эллипсов и гипербол (внутри области или на ее границе). Все такие биллиарды изображены на рис. 1.*

Определение 1. Назовем Γ_1^2 прообаз значения интеграла $\Lambda = res \neq b$, если при увеличении параметра интегральной квадрики количество особых точек в интегральной области увеличится и Γ_1^2 в обратном случае.

Теорема 2. *Для биллиардных областей, изображённых на рис.1, указанные на рис.2 молекулы Фоменко описывают топологию многообразия Q^3.*

Источники и литература

1) *С.\,Л.~Табачников. Геометрия и биллиарды. М.-Ижевск:НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011.*

2) *А.\,В.~Болсинов, А.\,Т.~Фоменко. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 1999. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация.// Т.1*

Иллюстрации

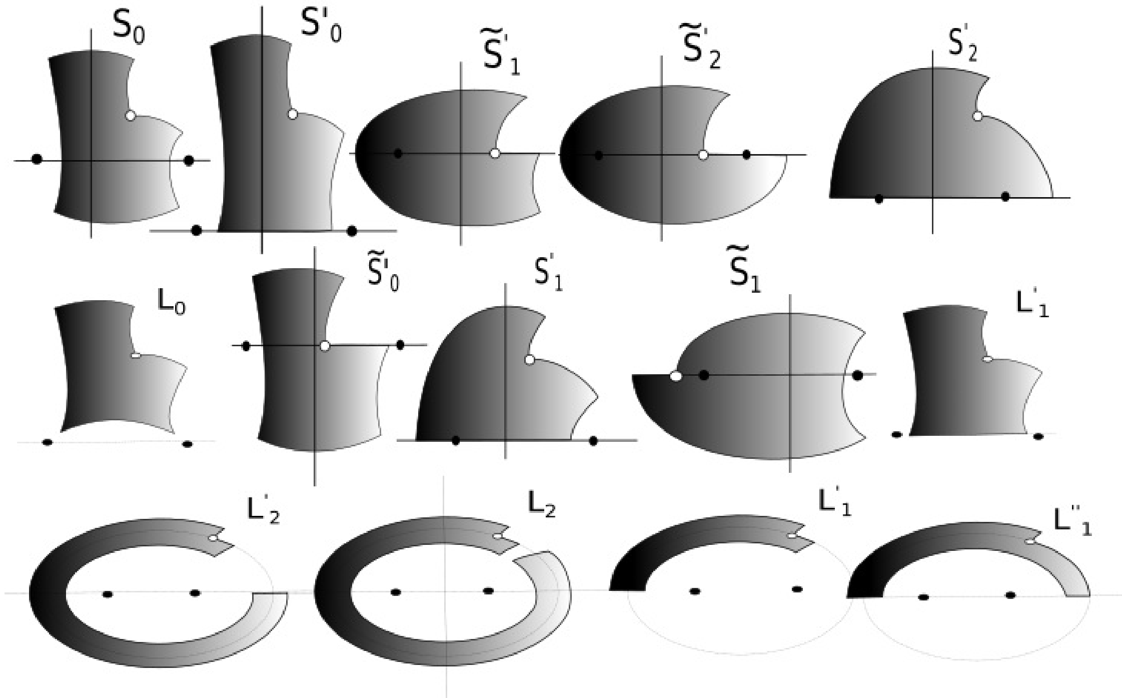

Рис. 1. Рис. 1. Биллиарды сложности 1.

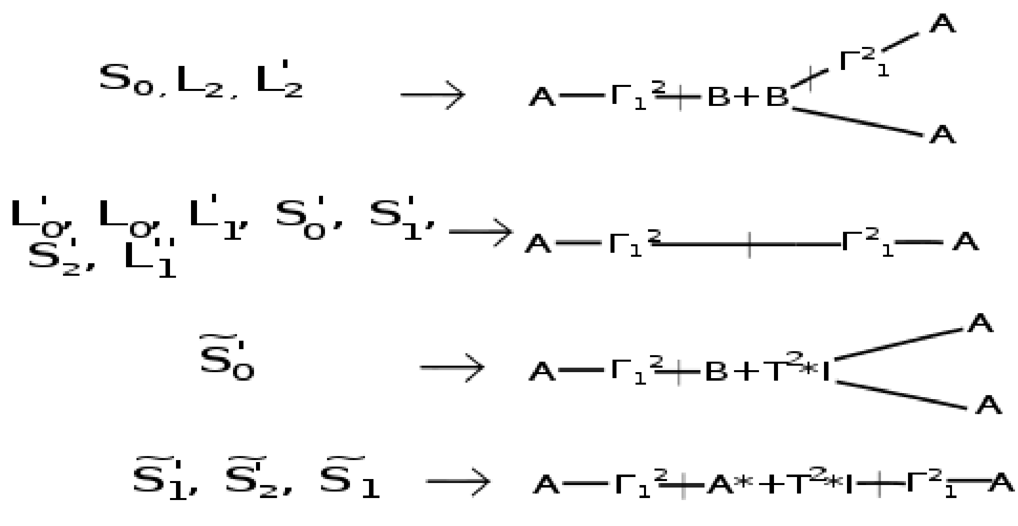

Рис. 2. Рис 2. Молекулы Фоменко для областей сложности 1.