

## Исследование устойчивости упругих трубок конечной длины с протекающей внутри степенной жидкостью.

Научный руководитель – Веденеев Василий Владимирович

*Порошина Анастасия Борисовна*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра гидромеханики, Москва, Россия  
*E-mail: poroshina\_ab@mail.ru*

Среди методов исследования протекания биологической жидкости по кровеносным сосудам человека активно используют моделирование упругих трубок с протекающей внутри жидкостью. Существует ряд биологических процессов [1,2], при которых развивается неустойчивость упругих трубок. Например, потеря устойчивости артерии при существенной разнице внешнего и внутреннего давлений и дальнейшее развитие колебаний. Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости упругих трубок конечной длины с протекающей внутри жидкостью неньютоновской реологии.

Аналитическое исследование проводилось путем сведения трёхмерной системы уравнений (уравнение Навье-Стокса для степенной жидкости и уравнение движения трубки) к одномерной системе интегрированием по поперечному сечению трубки с учетом предположений: длина волны много больше радиуса трубки  $R$ ; частота волны достаточно мала, так что течение можно считать квазиустановившимся.

Безразмерная система уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\partial(\pi R^2)}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{(3n+1)Q^2}{(2n+1)\pi R^2} \right) + \frac{16Q^n}{\pi Re R^{3n-1}} + \pi R^2 \beta \frac{\partial R}{\partial z} + \pi R^2 m \frac{\partial^3 R}{\partial z \partial t^2} - \pi R^2 N \frac{\partial^3 R}{\partial z^3} = 0; \quad (2)$$

где  $Q$  – расход,  $\beta$  – радиальная жесткость трубки,  $m$  – плотность поверхностного натяжения,  $N$  – продольное натяжение, и  $n$  – показатель степенной жидкости.

Для бесконечно длинных трубок анализ полученной системы показал, что неустойчивость возможна только при  $n = 0,611$ , а абсолютная неустойчивость может возникать только при  $n < 1/3$ . Для трубок конечной длины без учёта продольного натяжения было получено аналитическое решение. Найденная граница неустойчивости совпадает с границей абсолютной неустойчивости для бесконечно длинных трубок. При учёте продольного натяжения задача исследовалась численно. Было показано, что область неустойчивости уменьшается при увеличении значения продольного натяжения  $N$ .

### Источники и литература

- 1) Pedley, T.J., et. al., Blood pressure and flow rate in the giraffe jugular vein. Philos. Trans. R. Soc. Lond. B. Biol. Sci. 1996. 351. 855-866.
- 2) Shapiro, A.H., Physiologic and medical aspects of flow in collapsible tubes. Proc. 6th Canadian Congress on Applied Mechanics. 1977. 883-906.