Секция «Геофизические методы исследования Земной коры»

Модифицированный ABS-алгоритм в решении обратной задачи гравиразведки.

Научный руководитель – Булычев Андрей Александрович

Фирсов Илья Андреевич
Студент (магистр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Геологический факультет, Кафедра геофизических методов исследований земной коры, Москва, Россия
E-mail: firsov1996@yandex.ru

Конструктивное описание многообразия решений $\Phi(A,b)$ линейной системы $Ax = b$ в n-мерном евклидовом пространстве E позволяет учесть априорную информацию о свойствах нужного решения $x^* \in E$, $Ax^* = b$ путем его поиска на многообразии $\Phi(A,b)$. Это обстоятельство имеет фундаментальное значение в проблеме комплексирования геофизических данных при решении обратных задач.

Пусть:

$$(a_i, x) = b_i;\ i = 1, \dots, m;\ a_i, x \in E;\ b = (b_1, \dots, b_m) \in \mathbb{R}^m;\ m \leq n$$

координатное представление системы $Ax = b$. Классическое описание многообразия $\Phi(A,b)$ с помощью базисного минора матрицы A неконструктивно, поскольку предполагает в той или иной степени его обращение.

По той же причине неконструктивна параметризация

$$\Phi(A,b) = s - A^T(AA^T)^{-1}(As - b),\ s \in E$$

многообразия $\Phi(A,b)$ в рамках выпуклого анализа, поскольку предполагает обращение матрицы Грамма AA^T системы векторов $\{a_i, i = 1, \dots, a_m\}$.

Конструктивное описание $\Phi(A,b)$ получается в рамках теории ABS-алгоритмов [1]. К сожалению, компьютерная реализация вычислений сложна и неустойчива.

Предлагается конструктивная параметризация $\Phi(A,b)$ более простая, чем ABS - параметризация и потому более устойчивая в реализации.

Проводятся исследования по поиску решений обратных задач гравиразведки, с возможностью приближения к желаемому решению по априорно заданным свойствам, и сравнении результатов с другими известными методами решения систем линейных уравнений, таких как решение с регуляризацией Тихонова.

Определение:

Для $a \in E$ положим

$$H(a) = \begin{cases} 1_E, & \text{если } a = 0 \\ 1_E - \frac{aa^T}{a^T a}, & \text{если } a \neq 0 \end{cases}$$

В системе векторов $\{a_i|_1^m\}$ построим в E итеративно систему векторов $\{\theta_i|_1^m\}$ и проекторов $\{H_i|_1^m\}$ по следующей схеме:

$\theta_1 = a_1$, $H_1 = H(\theta_1)$, $\theta_2 = H_1 a_2$, $H_2 = H(\theta_2)$, $\theta_m = H_{m-1} \cdots H_1 a_m$, $H_m = H(\theta_m)$

Утверждение:

$$\Phi(A,b) = x^* + H_m \cdots H_1 s,\ \ s \in E,$$

где x^* - частное решение.

Источники и литература

1) Абаффи Й., Спедикато Э. Математические методы для линейных и нелинейных уравнений. Проекционные ABS-алгоритмы. Перевод с английского - Москва: Мир 1996. - 268 с.