

**СТОХАСТИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО
СОСУЩЕСТВОВАНИЯ ПОПУЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ**

”ХИЩНИК—ДВЕ ЖЕРТВЫ”

Абрамова Екатерина Павловна,

Студент

*Уральский Федеральный Университет им. Б. Н. Ельцина, Екатеринбург,
Россия*

E-mail: ekaterina.abramova@urfu.ru

Научный руководитель — Рязанова Татьяна Владимировна

В работе рассматривается стохастическая модель, описывающая сосуществования трех популяций ”хищник – две жертвы”, предложенная в работах [1–2]. Система, описывающая данную модель, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = x(\alpha_1 - x - \varepsilon_1 y - \beta_1 z) + \sigma \dot{w}_1, \\ \dot{y} = y(\alpha_2 - x - \varepsilon_2 y - \beta_2 z) + \sigma \dot{w}_2, \\ \dot{z} = -z(1 - \delta_1 x - \delta_2 y + \gamma z) + \sigma \dot{w}_3, \end{cases} \quad (1)$$

где x и y — численности популяций жертв, z — численность популяции хищников, σ — интенсивность случайного воздействия, \dot{w}_i — случайный винеровский процесс. Модель учитывает внутривидовую конкуренцию каждой популяции и межвидовую конкуренцию жертв между собой.

Биологически модель можно интерпретировать следующим образом: волки (хищники) охотятся на зайцев (первые жертвы) и полевок (вторые жертвы). Зайцы и полевки могут конкурировать внутри своего вида за кров, а между собой — за пропитание, волки же, в свою очередь, могут конкурировать за отличный от обоих типов жертв ресурс — лис.

В первую очередь, проводится исследование детерминированной системы (1) ($\sigma = 0$), что является важным шагом в понимании возможных режимов сосуществования популяций. Изучаются параметрические зоны существования и устойчивости равновесий и строится сводная бифуркационная диаграмма. В зоне устойчивости единственного нетривиального равновесия находится сепарабельная поверхность, которая разделяет бассейны притяжения этого и одного из вырожденных равновесий. Точки пространства, лежащие

выше этой поверхности, сходятся на вырожденное равновесие, что означает вымирание популяции хищников и второго типа жертв (в нашем случае полевки). Точки пространства, лежащие ниже сепараторной поверхности, сходятся на невырожденное равновесие, что говорит о том, что все три популяции сосуществуют в равновесном режиме.

Однако, взаимодействие популяций, как и любых живых систем, неотъемлемо сопровождается внешним случайным воздействием, будь то погодные условия, или вмешательство человека в жизнь популяций. Поэтому, далее в работе исследуется стохастический ($\sigma \neq 0$) случай, когда система подвергается внешнему воздействию. Изучаются индуцированные шумом явления разрушения равновесного режима сосуществования трех популяций. С математической точки зрения такое разрушение является выходом стохастической траектории за пределы бассейна притяжения невырожденного равновесия. Использую технику функции стохастической чувствительности [3], описываются вероятностные механизмы вымирания одной или нескольких популяций.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда №16-11-10098.

Литература

1. Базыкин А. Д., Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. М.: Наука, 1985.
2. Апонина Е. А., Апонин Ю. М., Базыкин А. Д. Анализ динамического поведения в модели «хищник–две жертвы» // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. Т. 5. С. 163.
3. Bashkirtseva, I., Ryashko, L., Ryazanova, T. (2017). Stochastic sensitivity technique in a persistence analysis of randomly forced population systems with multiple trophic levels. *Mathematical Biosciences*, 293, 38-45.