Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Предельные точки семейств вогнутых мер

Научный руководитель – Богачев Владимир Игоревич

Калинин Александр Николаевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории функций и функционального анализа, Москва, Россия
E-mail: vironna21@mail.ru

В работе [1] рассмотрены специальные меры и рассмотрены свойства семейств таких мер.

Определение 1. Радоновская мера μ на действительном локально выпуклом пространстве E называется α-вогнутой ($-\infty \leq \alpha \leq \infty$), если для любых непустных борелевских множеств A и B и всех $0 < t < 1$,

$$\mu_*((1-t)A + tB) \geq \Big[(1-t)\mu(A)^\alpha + t\mu(B)^\alpha\Big]^{1/\alpha}$$

Где $(1-t)A + tB = \{(1-t)x + ty \,:\, x \in A\,, y \in B\}$,
$\mu_*(U) = \inf\{\mu(V) \,:\, V - \text{измеримое подмножество } U\}$

Пусть K - выпуклый компакт на локально выпуклом пространстве E. Обозначим за $\mathcal{M}_\alpha(K)$ семейство всех α-вогнутых вероятностных мер с носителем в K.

Пусть дан набор непрерывных функциий $f_i \,:\, 1 \leq i \leq n$. Определим подсемейство мер

$$\mathcal{P}(f_1, \ldots, f_n) = \Big\{\mu \in \mathcal{M}_\alpha(K) \,:\, \int f_i d\mu \geq 0\,,\, 1 \leq i \leq n\Big\}.$$

Обозначим через $\tilde{\mathcal{P}}(f_1, \ldots, f_n)$ - замкнутую выпуклую оболчку этого семейства. В [1] рассмотрены свойства для множества $\tilde{\mathcal{P}}(f_1, \ldots, f_n)$ для $n = 1$. Используя специальную теорему из [3] по аналогии с [2] можно обобщить эти результаты на случай произвольного конечного n. Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть $f_1, \ldots, f_p$ - непрерывные функции на K и $-\infty \leq \alpha \leq p$. Тогда любая крайняя точка μ множества $\tilde{\mathcal{P}}(f_1, \ldots, f_p)$ имеет размерность $\dim(\mu) \leq p$.*

Список литературы

[1] Бобков С.Г. , Мельбурн Дж. *Локализация для бесконечномерных гиперболических мер.* Доклады Академии наук. - 2015. - Т. 462, № 3, май. - с. 261-263.

[2] Fradelizi M., Guédon O. *The extreme points of subsets of s-concave probabilities and a geometric localization theorem.* Discrete Comput. Geom. 31 (2004), no. 2, 327–335.

[3] Borsuk K. *Drei Sätze über die n-dimensionale euklidische Sphäre* — Fund. Math., 20 (1933), c. 177—190.