

**Асимптотика решения задачи о течении сжимаемой жидкости (газа) внутри
трубы с малыми периодическими неровностями при больших числах
Рейнольдса**

Научный руководитель – Гайдуков Роман Константинович

Фонарева Алиса Вадимовна

Студент (специалист)

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва,
Россия

E-mail: fon-alisa@yandex.ru

В работе рассмотрено дозвуковое течение вязкой сжимаемой жидкости (газа) в аксиально-симметричной трубе радиуса R_0 с малыми периодическими неровностями на стенке при больших значениях числа Рейнольдса Re . Будем предполагать, что стенка трубы задается равенством

$$r_s = R_0 - \varepsilon^{4/5} \mu(z/\varepsilon^{2/5}),$$

где $\varepsilon = Re^{-1/2}$ — малый параметр и функция $\mu(\xi)$ — 2π -периодическая, гладкая и имеющая нулевое среднее, то есть

$$\int_0^{2\pi} \mu(\xi) d\xi = 0.$$

Для определенности полагаем, что координатная ось Oz совпадает с осью трубы (см. рис. 1) и сонаправлена с направлением основного течения — течения Пуазейля (см., например, [2]).

Рассматриваемая задача описывается системой уравнений Навье–Стокса и неразрывности, которая в цилиндрических координатах (r, φ, z) с учетом аксиальной симметрии имеет следующий вид (см. [2, 3]):

$$\begin{cases} \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \rho u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right], \\ \rho v \frac{\partial u}{\partial r} + \rho u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \varepsilon^2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 (rv)}{\partial r \partial z} + \frac{4}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right], \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv\rho) + \frac{\partial}{\partial z} (u\rho) = 0, \end{cases}$$

где (u, v) — вектор скорости, ρ — плотность, p — давление, ε — малый параметр. Система уравнений Навье–Стокса дополняется следующим граничным условием (условием прилипания к стенке):

$$u|_{r=r_s} = v|_{r=r_s} = 0.$$

Для простоты будем предполагать, что

$$p = k\rho, \quad k = \text{const} > 0,$$

где \sqrt{k} — скорость звука.

В работе построено формальное асимптотическое решение рассматриваемой задачи, имеющее двухпалубную структуру пограничного слоя (см. [1, 4] и рис. 1). Алгоритм построения асимптотического решения основан на комбинации метода погранслоевых разложений и метода осреднения (см. [1, 4]). В результате получены уравнения для первых поправок, описывающих течения в палубах двухпалубной структуры пограничного слоя

(см. рис. 1). Проведено численное моделирование течения в тонком пограничном слое (нижней палубе двухпалубной структуры, см. область I на рис. 1).

Выражаю благодарность своему научному руководителю Р. К. Гайдукову за постановку задачи и ценные советы при проведении исследования.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Источники и литература

- 1) Гайдуков Р. К., Данилов В. Г. Асимптотики решений задач обтекания несжимаемой жидкостью поверхностей с малыми неровностями при больших числах Рейнольдса // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование. 2016. Т. 15(1). С. 5-102.
- 2) Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1963. Т. 2.
- 3) Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
- 4) Danilov V. G., Gaydukov R. K. Double-deck structure of the boundary layer in the problem of flow in an axially symmetric pipe with small irregularities on the wall for large Reynolds numbers // Russian Journal of Mathematical Physics. 2017. Vol. 24. No. 1. P. 1-18.

Иллюстрации

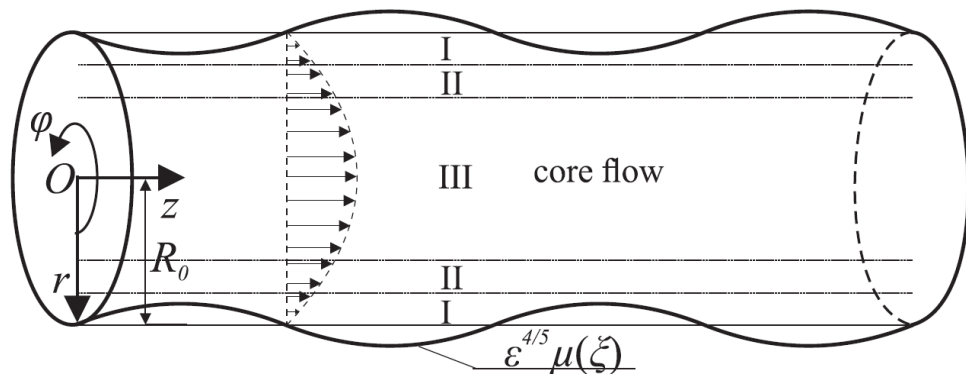


Рис. 1. Течение в аксиально-симметричной трубе с двухпалубной структурой пограничного слоя: I — тонкий пограничный слой (нижняя палуба), II — толстый пограничный слой (средняя палуба), III — область невозмущенного течения