

Численный анализ движения несвободной треноги на вращающейся плоскости с вязким трением

Научный руководитель – Кугушев Евгений Иванович

Селезнева Маргарита Олеговна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теоретической механики и мехатроники,
Москва, Россия

E-mail: seleznyova.margarita@yandex.ru

Рассматривается тренога – твердое тело, опирающееся в трех точках на горизонтальную плоскость, которая вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной вертикальной оси. В точках опоры треноги действуют силы линейного вязкого трения с одним и тем же коэффициентом. Движение треноги ограничено тем, что она может свободно вращаться вокруг некоторой вертикальной оси, положение которой фиксировано как в абсолютном пространстве, так и в системе координат, связанной с треногой. Изучается возможность определения коэффициента вязкого трения по характеристикам движения треноги.

Положение треноги задается углом поворота вокруг ее оси вращения. Уравнение движения треноги по форме совпадает с уравнением движения маятника Фруда с линейным вязким трением. Если расстояние d между осями вращения плоскости и треноги достаточно велико, то существуют два положения равновесия, одно из которых асимптотически устойчиво. Оказалось, что угол поворота треноги в обоих положениях равновесия не зависит от коэффициента вязкого трения.

Если расстояние d достаточно мало, то у треноги нет положений равновесия, но есть ровно одно асимптотически устойчивое периодическое движение, период которого зависит от параметров системы. Если оси вращения плоскости и треноги совпадают (то есть $d = 0$), то это периодическое движение представляет собой равномерное вращение треноги с угловой скоростью, равной угловой скорости плоскости. Изучается зависимость периода от расстояния d между осями при малых значениях d : $d = \varepsilon r$, где r – характерный размер треноги, ε – безразмерный параметр и $\varepsilon \ll 1$. Найдены первые коэффициенты разложения периода в ряд по параметру ε : линейное слагаемое в разложении отсутствует, а коэффициент при ε^2 зависит от коэффициента вязкого трения. Получена явная зависимость коэффициента вязкого трения от коэффициента при ε^2 .

Для проверки аналитических результатов проводится численное моделирование. Задача заключается в построении параболы наилучшего приближения периода в зависимости от ε по экспериментальным точкам и в сравнении результата с теорией. Для этого необходимо, проинтегрировав уравнение движения, найти периодическое решение и определить его период при фиксированном ε . Для интегрирования системы используется метод Рунге-Кутты 8-ого порядка в схеме Дормана-Принса. Сначала ищется момент времени, когда движение переходит в стационарный режим. Дальше сравниваются значения времени движения при текущем и следующем поворотах треноги на угол 2π , и когда модуль разности этих значений будет меньше некоторого δ , то период будет найден.

Полученные результаты показывают, что экспериментально найденная зависимость периода периодического движения треноги от расстояния между осями вращения плоскости и треноги может быть использована для определения параметров модели вязкого трения.

Источники и литература

- 1) Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физматлит, 1959. 918 с.