Об оптимальном неравенстве, связывающем центральный и нецентральный абсолютные моменты третьего порядка

Макаренко Владимир Александрович,
Габдуллин Руслан Айдарович

Аспирант, аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: vlamakarenko@mail.ru, ruslixag@gmail.com

***Научный руководитель** — Шевцова Ирина Геннадьевна*

В работе доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Для любого* $0 < t < 1$

$$\inf_{X:\,\mathbb{E}X=t,\,\mathbb{E}X^2=1} \frac{\mathbb{E}|X-t|^3}{\mathbb{E}|X|^3} = N(t) := \min\{N_1(t), N_2(t)\},$$

$$N_1(t) = \frac{u^2(t)+1}{a(t)\sqrt{1-u^2(t)}-2u(t)}, \quad \frac{1}{N_2(t)} = \frac{6t^2}{1-t^2}\cdot\frac{b(t)\cdot v(t)+1}{v^2(t)+2}+1,$$

$$a(t) = \frac{t^3+3t(1-t^2)}{(1-t^2)^{3/2}}, \quad b(t) = \frac{4t^2-3}{6t\sqrt{1-t^2}},$$

$$u(t) = \min\{u_1(t), 2t^2-1\},$$

$$v(t) = \begin{cases} \frac{2t^2-1}{\sqrt{t^2(1-t^2)}}, & t_0 \le t < 1, \\ \frac{-1+\sqrt{2b^2(t)+1}}{b(t)}, & 0 < t < t_0, \end{cases}$$

$u_1(t)$ *– единственное решение уравнения*

$$\frac{4(1-u^2)^3}{u^2(3-u^2)^2} = a^2(t)$$

на интервале $-1 < u < 0$, *точка* $t_0 = \sqrt{\frac{5}{6}-\frac{\sqrt{7}}{6}} = 0.626398\ldots$ *– единственное решение уравнения*

$$\frac{3(2t^2-1)}{4t^2-3}\cdot\left(\sqrt{2b^2(t)+1}+1\right) = 1$$

на интервале $0 < t < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Литература

1. Шевцова И. Г. Моментное неравенство с применением к оценкам скорости сходимости в глобальной ЦПТ для пуассон-биномиальных случайных сумм // Теория вероятностей и ее применения. 2017. Т. 62, вып. 2. С. 345–364.