Детерминированный синтез алгоритмов терминального управления с прогнозированием невязок краевых условий

Табалин Дмитрий Дмитриевич

Студент, Инженер

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова,

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

E-mail: `corovan@mail.ru`

***Научный руководитель** — Ильин Александр Владимирович*

Рассматривается задачав терминального управления системой вида

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1(t), x_2(t)) \tag{1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_2(t), u(t)), \tag{2}$$

где $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}, x_2 \in \mathbb{R}^{n_2}, u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$, U — компакт. Задача состоит в нахождении управления $u(\cdot) : [t_0, T] \to U$, обеспечивающего выполнение $\psi(x_1(T)) = 0$, где $\psi(x) : \{\psi_i(x_{1i})\}$. Система (1–2) получена путем выделения в исходной системе уравнений для координат состояния $x_2(t)$, на производные которых непосредственно воздействует управление $u(t)$. При этом уравнения (2) описывают относительно быстродействующие процессы стабилизации x_2 относительно u. Момент времени T либо фиксирован, либо определяется первым моментом времени выполнения выделенного краевого условия ψ_p.

В момент времени $t \in [t_0, T]$ определим прогнозирующую модель

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}_1}{d\tau} = f_1(\hat{x}_1(\tau), \hat{x}_2(\tau)) \\ \frac{d\hat{x}_2}{d\tau} = 0 \\ \hat{x}_1(t) = x_1(t), \hat{x}_2(t) = x_2(t). \end{cases} \tag{3}$$

Прогнозом состояния системы на момент времени T, осуществленным в момент времени t будем называть

$$\hat{x}_1(T|t) = x_1(t) + \int_t^T f_1(\hat{x}_1(\tau), \hat{x}_2(\tau))d\tau,$$

где интегрирование производится в силу (3). Прогнозируемой невязкой краевых условий назовем $z(T|t) = \psi(\hat{x}_1(T|t))$. Методами из [1] доказыватеся следующее утверждение

Лемма 1. *Пусть $\hat{x}(T|t), \psi(\hat{x}_1)$ дифференцируемы, а момент времени T фиксирован. Тогда*

$$\frac{dz(T|t)}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial\hat{x}_1(T)}\frac{\partial\hat{x}_1(T)}{\partial x_2(t)} f_2(x_2(t), u(t)). \quad (4)$$

Получено обобщение данной формулы для случая с переменным T.

После дискретизации (4) примет вид

$$z(T|t_{i+1}) = z(T|t_i) + \frac{\partial\psi}{\partial\hat{x}_1(T)}\frac{\partial\hat{x}_1(T)}{\partial x_2(t_i)} f_2(x_2(t_i), u(t_i)). \quad (5)$$

Введём обозначение $\frac{\partial z}{\partial x_2}$ — коэффициент при f_2 в (5).

Для (5) рассматривается стратегия управления основанная на минимизации $\sum_j f_2^2(x_2(t_j), u(t_j))$ при условии

$$z(T|t_i) + \sum_{j=i}^{J} \frac{\partial\psi}{\partial\hat{x}_1(T)}\frac{\partial\hat{x}_1(T)}{\partial x_2(t_j)} f_2(x_2(t_j), u(t_j)) = 0.$$

Рассматривается стратегия управления, приближающая будущее управление на $(t, T]$ одним или несколькими неограниченными управлениями в моменты времени $\{t_j\} \subseteq \{t_i\}$.

Для задачи с переменным моментом времени T рассматриваются соответствующие модификации уравнений (3–5), и алгоритмов управления.

Произведено численное моделирование рассмотренных алгоритмов управления для модельной задачи вывода на орбиту из [2, с.73–74] с учетом заданных краевых условий на остатки окислителя и горючего.

Литература

1. Гулько Ф. Б. Новосельцева Ж. А. Применение методов прогнозирования в задачах синтеза систем автоматического управления // VIII Всесоюзное совещание по проблемам управления. Эстония, Таллин, 1980, Т. 1, С. 32–34.
2. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011.