

**СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО
ПОДХОДОВ В ИССЛЕДОВАНИИ МОДЕЛИ
СТАЦИОНАРНЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ СООБЩЕСТВ**

Куркин Максим Леонидович¹

*Гаряева Эльвина Очировна Косакин Даниил Юрьевич
Данг Куинь Ньы²*

1: Студент, Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

2: Студент, факультет компьютерных наук НИУ ВШЭ, Москва, Россия

E-mail: maxkurkin@inbox.ru, eogaryeva@edu.hse.ru, danburnout@gmail.com,
dqnhu00@gmail.com

Настоящая работа посвящена исследованию поведения модели (Ulf Dieckmann, Richard Law) [1] стационарных биологических сообществ в состоянии равновесия, описываемом неизменностью по времени средней ожидаемой плотности вида N и средней ожидаемой плотности пар особей, расположенных на расстоянии ξ друг от друга: $C(\xi)$. Также используется приближение ожидаемой плотности троек $T(\xi, \xi')$. В случае аналитического решения модель можно описать следующей системой интегральных уравнений и замыканием для неё:

$$\begin{cases} 0 = \frac{dN}{dt} = (b - d)N - d' \int_{\mathbb{R}} C(\xi)\omega(\xi)d\xi \\ 0 = \frac{dC(\xi)}{dt} = bm(\xi)N + \int_{\mathbb{R}} bm(\xi') C(\xi + \xi') d\xi' - (d + d'\omega(\xi)) C(\xi) \\ - \int_{\mathbb{R}} d'\omega(\xi') T(\xi, \xi') d\xi' \end{cases}$$

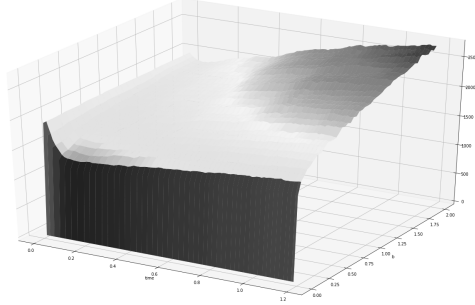
$$T(\xi, \xi') \approx \frac{1}{\alpha + \gamma} \left(\alpha \frac{C(\xi)C(\xi')}{N} + \beta \frac{C(\xi)C(\xi - \xi')}{N} + \gamma \frac{C(\xi')C(\xi - \xi')}{N} - \beta N^3 \right)$$

Эта система решается численным методом рядов Неймана, сходимость которого обоснована в работе [2].

При численном же подходе модель описывается стохастическим Пуассоновским процессом, подробно описанным в статье [3]. Для точного сравнения скорости и точности аналитического и численного подходов требуется определить норму, позволяющую бы прерывать симуляцию по достижении состояния, достаточно приближенного к состоянию равновесия, а так же проанализировать погрешность подходов в зависимости от параметров $b, d, \alpha, \beta, \gamma$. Получены и проанализированы результаты численного подхода: при $\frac{b}{d} < 1$ популяция

вырождается и значения N, C быстро стремятся к нулю.

Иллюстрации



Значение средней плотности C в зависимости от параметра b , полученное в результате симуляций. Видно, что значение с течением времени стабилизируется и начинает возрастать после короткого провала в начале, а с увеличением параметра b растёт и скорость уплотнения популяции.

Литература

1. Law R., Dieckmann U. Moment approximations of individual-based models // *The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity* / Ed. by U. Dieckmann, R. Law, J. Metz. Cambridge University Press, 2000. P. 252–270.
2. Николаев М. В., Никитин А. А. О существовании и единственности решения одного нелинейного интегрального уравнения // *Доклады Академии наук.* — 2019. — Т. 488, № 6. — С. 501–507.
3. Галкин Е. Г., Никитин А. А. Стохастическая геометрия для моделирования популяционной динамики: модель Дикмана с неподвижными особями // *Вестник Моск. ун-та. Сер. 15 — 2020.* — № 2. — С. 11–18.