

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ НИЗКОРАНГОВОЙ МАТРИЦЫ КВАТЕРНИОНОВ

*Донскова Мария Александровна*¹
*Башаров Илья Валерьевич*²

- 1: *Студентка 4-го курса ФРТК МФТИ, Москва, Россия*
2: *Студент 4-го курса ФРТК МФТИ и ФТИ, Москва, Россия*
E-mail: dons0306@yandex.ru, basharov@phystech.edu

Цель проекта — реализация эффективного алгоритма [1] восстановления цветных изображений. Простые методы низкоранговой аппроксимации матрицы с пропущенными или зашумленными значениями подходят только для одноканальных картинок, т.е. в градациях серого. Если изображение цветное, то есть имеет 3 канала, то оно приводится каким-нибудь эвристическим методом к одноканальному. Например, взвешенной суммой каналов.

Такой подход неоптимален, поскольку из взаимодействия цветов можно извлечь дополнительную информацию.

Однако непосредственная работа с трёхмерными тензорами — это очень трудоёмкие вычисления, поскольку задача низкорангового приближения трёхмерного тензора является NP-полной. В традиционных методах на основе матриц используются два подхода: разложение низкого ранга и минимизация ядерной нормы. В нашем проекте, объединяем два подхода в нашей модели на основе кватернионных матриц. Вместо ядерной нормы матрицы кватернионов будет использована сумма норм Фробениуса двух матриц кватернионов малого ранга. Основываясь на связи между матрицей кватернионов и ее эквивалентной комплексной матрицей, задача в конечном итоге преобразуется из поля чисел кватернионов в поле комплексных чисел [1]. Чередующийся метод минимизации применяется для решения модели. Результаты моделирования восстановления реальных цветных изображений показывают превосходную производительность и эффективность предложенного алгоритма по сравнению с некоторыми современными тензорными алгоритмами рис. 2.

Чтобы работать с двумерными тензорами, необходимо представлять изображение в виде матрицы кватернионов. Непосредственные вычисления с ними также сложны, но можно ввести взаимно обратное отображение матриц кватернионов в множество матриц комплексных чисел большего размера. Схема восстановления изображе-

ний следующая:

1. Трёхканальная картинка с пропущенными/защумленными пикселями
2. Матрица кватернионов
3. Матрица комплексных чисел
4. Низкоранговая аппроксимация
5. Восстановленная матрица кватернионов
6. Восстановленная картинка.

Результатом работы является реализация алгоритма восстановления цветных изображений с помощью матрицы кватернионов низкого ранга и сравнительный анализ с некоторыми известными алгоритмами.

В работе используется математические теоремы и выкладки, а также поставлена модель оптимизации для заполнения матрицы, которые были представлены в статьях и докладах [1], [2], [3].

Иллюстрации

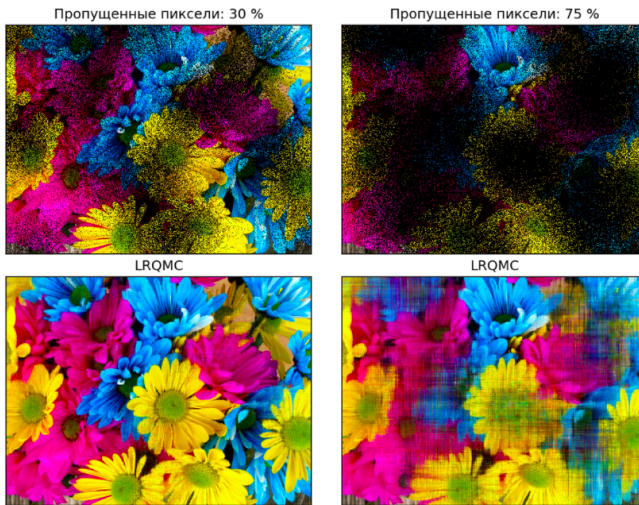


Рис. 1. Слева: работа алгоритма при пропуске 30 процентов пикселей.
Справа: работа алгоритма при пропуске 75 процентов пикселей

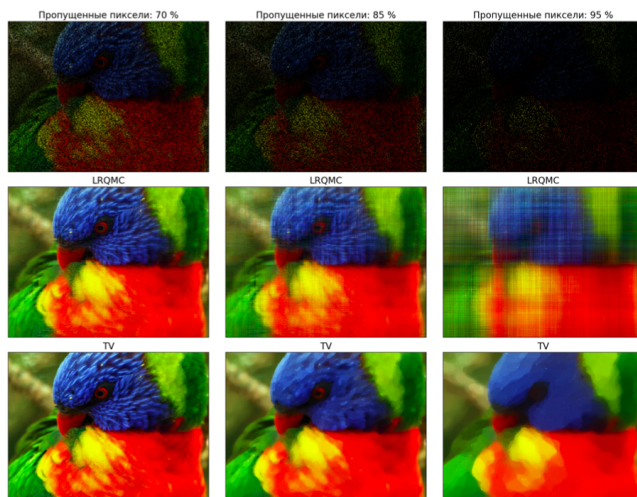


Рис. 2. Сравнение работы алгоритма, предложенного в [1] с алгоритмом минимизация градиента по матрице (Total Variation)

Литература

1. Miao J. Kou K. I. Color image recovery using low-rank quaternion matrix completion algorithm: Conference: 2013 6th International Congress on Image and Signal Processing.
2. Golub G. H. Genez, Van Loan C. F. Matrix Computations: The John Hopkins University Press Baltimore and London, 1996.
3. Bengua J. A. , Phien H. N. , Tuan H. D., Do M. N., Efficient tensor completion for color image and video recovery: Low-rank tensor train 26: IEEE Trans. Image Processing, 2017