

**Нулевые множества голоморфных функций с ограничениями на их рост
и их мера Хаусдорфа**

Научный руководитель – Хабибуллин Булат Нурмиевич

Меньшикова Энже Булатовна

Аспирант

Башкирский государственный университет, Факультет математики и информационных технологий, Уфа, Россия

E-mail: algeom@bsu.bashedu.ru

Пусть D — область в n -мерном комплексном пространстве \mathbb{C}^n с границей ∂D . Для борелевского подмножества $S \subset D$ пишем $S \Subset D$, если S — предкомпактное подмножество в D . Через $\text{sbh}(D \setminus S)$ обозначаем класс всех субгармонических функций [1] на открытых в \mathbb{C}^n подмножествах, содержащих $D \setminus S$. Если $S_o \subset D$ — подмножество с непустой внутренностью $\text{int} S_o \Subset S \Subset D$, то $\text{sbh}_{+0}(D \setminus S_o; S, 1)$ — класс всех функций $v \in \text{sbh}(D \setminus S)$, обладающих следующими тремя свойствами:

[0] $\lim_{D \ni z \rightarrow \partial D} v(z) = 0$

[\geq] и существует такое подмножество $S_v \Subset D$, что $v \geq 0$ на $D \setminus S_v$,

[1] $|v| \leq 1$ на $S \setminus S_o$.

Класс тестовых функций $\text{sbh}_{+0}^\uparrow(D \setminus S_o; S, 1)$ состоит из всех функций, полученных как предел возрастающей последовательности функций из $\text{sbh}_{+0}(D \setminus S_o; S, 1)$.

Через \varkappa_{2n-2} обозначаем $(2n - 2)$ -меру Хаусдорфа в \mathbb{C}^n [2]. Наша

Основная теорема. Пусть f — ненулевая голоморфная функция на D , $Z \subset D$ — замкнутое подмножество в D , $M \neq -\infty$ — субгармоническая функция на D с мерой Рисса Δ_M . Если функция f обращается в нуль на Z и удовлетворяет неравенству $|f(z)| \leq \exp M(z)$ для всех $z \in D$, то найдётся такое действительное число C , что

$$\int_{Z \cap (D \setminus S_o)} v d\varkappa_{2n-2} \leq \int_{D \setminus S_o} v d\Delta_M + C$$

для каждой тестовой функции $v \in \text{sbh}_{+0}^\uparrow(D \setminus S_o; S, 1)$.

С помощью нашей Основной теоремы могут быть выведены новые результаты об описании нулевых множеств в весовых классах голоморфных функций многих переменных вплоть до критериев в случае функций одной переменной в конечносвязной области D [3]. Доказательство Основной теоремы использует [4].

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 18-11-00002).

Источники и литература

- 1) Хейман У., Кеннеди П., Субгармонические функции, Мир, М., 1980
- 2) Чирка Е. М., Комплексные аналитические множества, Наука, М., 1985
- 3) Меньшикова Э. Б., Хабибуллин Б. Н. Критерий последовательности корней голоморфной функции с ограничениями на ее рост // Известия высших учебных заведений. Математика, 2020 (принято к печати)
- 4) Меньшикова Э. Б., Хабибуллин Б. Н. К распределению нулевых множеств голоморфных функций. II // Функц. анализ и его прил., **53**:1 (2019), 84–87