Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Смешанная краевая задача для неоднолистной области в случае n неизвестных границ

Научный руководитель – Тлюстен Сусанна Рашидовна

Сверкунова Диана Алексеевна
Студент (специалист)
Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия
E-mail: Belosnegka97@mail.ru

В данной работе ставится постановка задачи и представление решения смешанной краевой задачи с многими свободными границами в неоднолистных областях и доказывается её разрешимость.

Постановка задачи. Дана односвязная неоднолистная область D_z, внутренняя к границе ∂D, составленная из n неизвестных границ. Впишем в известные участки простые полигоны.
Пусть на каждом из известных полигонов P^i (i=1,..,n, n меньше бесконечности) с числом сторон m_j-1, лежащих на искомом контуре ∂D задано краевое условие (рис. 1).
На неизвестных же дугах Γ^i (i=1,...,n, n меньше бесконечности) заданы (рис. 2).
Требуется найти замкнутый контур ∂D, включающий заданные полигоны и аналитическую в области D функцию (рис. 3) удовлетворяющую условиям (рис. 1), (рис. 2).

Теорема об априорных оценках. (рис. 4).
Доказательство проводится с помощью метода конечномерной аппроксимации Вайнштейна, позволяющего установить существование, по крайне мере, одного решения для n полигонов только на основе априорных оценок, что и является основной трудностью в исследованиях.

Источники и литература

1) Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: «Наука», 1973.
2) Тлюстен С.Р. Краевые задачи со свободными границами для аналитических функций. Краснодар: Кубанский государственный университет, 1996.

Иллюстрации

$$\Phi_i(\varphi, \psi) = 0$$

Рис. 1. рис. 1

$$\varphi = f_1^i(x), \psi = f_2^i(x);\ x \in [x_0^i, x_1^i]$$

Рис. 2. рис. 2

$$\omega(z) = \varphi + i\psi$$

Рис. 3. рис. 3

Теорема. Для каждых решений $\{t_2^1, \dots, t_{m_1-1}^1\};\ \{t_2^2, \dots, t_{m_2-1}^2\}; \dots; \{t_2^n, \dots, t_{m_n-1}^n\}$ $t_k^i \epsilon [t_1^i, t_{m_i}^i]$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{2,\ m_\iota - 1}$, *система уравнений* $l_k = \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} |\Pi(t)||M(t)|dt$, $\quad k = \overline{1,\ m_\iota - 2}$, *соответствующих заданной системе полигонов* P^i, *выполняются неравенства*

$$\left|t_k^{i+1} - t_k^i\right| \geq \varepsilon > 0,$$

где ε *зависит только от геометрии полигона* P^i *и свойств функции* $h(t)$.

Рис. 4. рис. 4