Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Разрешимость и построение решений в классе распределений дифференциально-операторных уравнений с отклоняющимся аргументом

Научный руководитель – Орлов Сергей Сергеевич

Шеметова Валентина Владимировна

Студент (магистр)

Иркутский государственный университет, Институт математики, экономики и информатики, Иркутск, Россия

E-mail: valentina501@mail.ru

Пусть E_1 и E_2 — вещественные банаховы пространства. Рассмотрим класс линейных дифференциальных уравнений

$$Bu'(t) = A_1u(t) + A_0u(t-h) + f(t),\ t > 0, \tag{1}$$

здесь $u = u(t)$ и $f = f(t)$ — неизвестная и заданная функции со значениями в E_1 и E_2 соответственно, B, A_1 и A_0 — замкнутые линейные операторы из E_1 в E_2, причем $D(B) \subseteq D(A_1) \cap D(A_0)$. Предполагается, что оператор B непрерывно обратим и $h > 0$. Для уравнения (1) зададим начальное условие

$$u(t) = \varphi(t),\ -h \leq t < 0,\ u(0) = u_0, \tag{2}$$

где функция $\varphi(t) \in C\left([-h;0], E_1\right)$ известна и определяет решение на отрезке $[-h;0]$, причем $u_0 \neq \varphi(0)$. *Классическим решением* начальной задачи (1), (2) назовем функцию $u(t) \in C\left([-h;0) \cup (0;+\infty), E_1\right) \cap C^1\left((0;+\infty), E_1\right)$, обращающую в тождество уравнение (1) и удовлетворяющую начальному условию (2). Для исследования однозначной разрешимости рассматриваемой задачи применяется теория обобщенных функций Соболева–Шварца со значениями в банаховом пространстве и понятие фундаментального решения [1]. С их помощью доказана теорема существования и единственности решения начальной задачи (1), (2) в классе распределений с ограниченным слева носителем.

Теорема. Пусть $f(t) \in C\left([0;+\infty), E_2\right)$, тогда для того, чтобы начальная задача (1), (2) имела единственное классическое решение, необходимо и достаточно, чтобы

$$\big(u_0 - \varphi(0)\big) \in N(A_0),$$

где $N(A_0)$ — нуль-пространство (ядро) оператора A_0.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00643 А, а также РФФИ и ВАНТ в рамках научного проекта № 20-51-54003 Вьет_а.

Источники и литература

1) Sidorov N., Loginov B., Sinitsyn A., Falaleev M. Lyapunov–Schmidt methods in nonlinear analysis and applications. Dordrecht; Boston; London, 2002.