

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О некоторых интегро-дифференциальных уравнениях

Научный руководитель – Васильев Владимир Борисович

Эберлейн Николай Владимирович

Аспирант

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Институт инженерных технологий и естественных наук, Факультет инженерно-физический, Белгород, Россия
E-mail: 649377@bsu.edu.ru

Рассматривается следующая задача на плоскости: найти пару функций $u_+ \in H^{s_1}(C_+^a)$, $v_- \in H^{s_2}(\mathbb{R}^2 \setminus C_+^a)$, которые удовлетворяют уравнениям

$$(Au_+)(x) = 0, \quad x \in C_+^a, \quad (1)$$

$$(Bv_-)(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^2 \setminus C_+^a, \quad (2)$$

где $C_+^a = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 > a|x_1|, a > 0\}$, A, B – псевдодифференциальные операторы с символами $A(\xi), B(\xi)$, удовлетворяющими некоторому дополнительному условию с порядками α, β соответственно.

Предполагается, что индексы волновой факторизации [1] \varkappa_A, \varkappa_B символов $A(\xi), B(\xi)$ таковы, что $\varkappa_A - s_1 = 1 + \delta_1, \varkappa_B - s_2 = 1 + \delta_2, |\delta_1| < 1/2, |\delta_2| < 1/2$.

Согласно теории, развитой в [1], общие решения уравнений (1),(2) имеют вид

$$\tilde{u}_+(\xi) = A_{\neq}^{-1}(\xi) \left(\tilde{c}_0(\xi_1 - a\xi_2) + \tilde{d}_0(\xi_1 + a\xi_2) \right),$$

$$\tilde{v}_-(\xi) = B_{=}^{-1}(\xi) \left(\tilde{r}_0(\xi_1 - a\xi_2) + \tilde{q}_0(\xi_1 + a\xi_2) \right),$$

где c_0, d_0, r_0, q_0 – произвольные функции одной переменной, $c_0, d_0 \in H^{s'_1}(\mathbb{R}_+)$, $r_0, q_0 \in H^{s'_2}(\mathbb{R}_-)$, $s'_k = s_k - 1/2, k = 1, 2$.

Для определения 4 произвольных функций задается одно интегральное условие (это устанавливает связь между парами c_0, d_0 и r_0, q_0) и линейная комбинация граничных значений u_+ и v_- , подобно [2], в результате чего получается (2×2) -система линейных интегральных уравнений. Разрешимость последней системы линейных интегральных уравнений эквивалентна разрешимости поставленной краевой задачи.

Источники и литература

- 1) Васильев В. Б. *Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи.* – М.: КомКнига—2-е изд., 2010. – 135 с.
- 2) Vasilyev V. B. *On some transmission problems in a plane corner // Tatra Mt. Math. Publ.* – 2015. – V. 63. – P. 291–301.