

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Уравнения Власова-Пуассона с внешним магнитным полем

Научный руководитель – Скубачевский Александр Леонидович

Карамян Рубен Дженсикович

Выпускник (бакалавр)

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

E-mail: rkaramyan@yandex.ru

Рассмотрим систему уравнений Власова-Пуассона:

$$-\Delta\varphi(x, t) = 4\pi e\rho, \quad \rho = \int_{\mathbb{R}^3} \sum_{\beta=\pm 1} \beta f^\beta(x, v, t) dv \quad (x \in Q, 0 < t < T), \quad (1)$$

$$\frac{\partial f^\beta}{\partial t} + (v, \nabla_x f^\beta) + \frac{\beta e}{m_\beta} (-\nabla_x \varphi + \frac{1}{c} [v, B], \nabla_v f^\beta) = 0,$$

$$(x \in Q, \quad v \in \mathbb{R}^3, \quad 0 < t < T, \quad \beta = \pm 1).$$

Здесь $Q = G \times \mathbb{R}$, $G \subset \mathbb{R}^2$ - ограниченная область с границей $\partial G \in C^\infty$, $\partial Q = \partial G \times \mathbb{R}$; $\varphi = \varphi(x, t)$ - потенциал самосогласованного электрического поля, $f^\beta = f^\beta(x, v, t)$ - функция плотности распределения положительно заряженных ионов (если $\beta = +1$) или электронов (если $\beta = -1$) в точке x со скоростью v в момент времени t ; ∇_x и ∇_v - градиенты по x и v , соответственно; m_{+1} и m_{-1} - массы иона и электрона; e - заряд электрона; c - скорость света; $B = B(x)$ - индукция внешнего магнитного поля; (\cdot, \cdot) - скалярное произведение; $[\cdot, \cdot]$ - векторное произведение в \mathbb{R}^3 . Предположим, что выполняются следующие начальные условия:

$$f^\beta(x, v, t)|_{t=0} = f_0^\beta(x, v), \quad x \in \bar{Q}, \quad v \in \mathbb{R}^3, \quad \beta = \pm 1,$$

где f_0^β - заданные неотрицательные функции. Пусть функция $\varphi(x, t)$ удовлетворяет краевому условию Дирихле

$$\varphi(x, t) = 0, \quad (x \in \partial Q, \quad 0 \leq t < T).$$

В работе [1] А. Л. Скубачевский доказал существование классического решения смешанной задачи для системы уравнений Власова-Пуассона с внешним магнитным полем. Weckler J. в работе [2] доказал существование обобщенного решения рассматривая систему без внешнего магнитного поля. Мы рассматриваем систему уравнений Власова-Пуассона с внешним магнитным полем в бесконечном цилиндре и доказываем существование и единственность обобщенного решения данной задачи.

Источники и литература

- 1) Скубачевский А. Л., “Уравнения Власова-Пуассона для двухкомпонентной плазмы в однородном магнитном поле”, Усп. мат. наук, 69:2 (2014), 107–148.
- 2) Weckler J., On the Initial-Boundary-Value Problem for the Vlasov-Poisson System. Existence of Weak Solutions and Stability. Arch. Ration. Mech. Anal. 1995. V. 130. № 2. P. 145–161.