Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вероятности больших уклонений для простого осциллирующего невозвратного случайного блуждания

Научный руководитель – Козлов Михаил Васильевич

Ветрова Елена Леонидовна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и случайных процессов, Москва, Россия
E-mail: vetroel@gmail.com

<div>Рассматривается марковская цепь (Y_n) на множестве целых точек прямой, переходные вероятности которой на подмножествах положительных и отрицательных чисел такие же, как у двух различных простых случайных блужданий. Из точки 0 переходы возможны в точки ± 1, для простоты мы положим их равновероятными. Таким образом,</div> <div>

$$< /div >< div > \mathbf{P}(Y_{n+1} = Y_n + 1) = < /div >< div > nbsp; \begin{cases} < /div >< div > & nbsp; \\ nbsp; p & amp; \text{при } Y_n gt; 0, \\ < /div >< div > & nbsp; \\ nbsp; 1/2 & amp; \text{при } Y_n = 0, \\ < /div >< div > & nbsp; \\ nbsp; \tilde{p} & amp; \text{при } Y_n lt; 0. < \\ nbsp; & \end{cases}$$

</div> <div>$\mathbf{P}(Y_{n+1} = Y_n - 1) = 1 - \mathbf{P}(Y_{n+1} = Y_n + 1)$;</div> <div>обозначим $q = 1 - p$, $\tilde{q} = 1 - \tilde{p}$, $Y_0 = 0$.</div> <div>Положим</div> <div>

$$< /div >< div > \rho = 2\sqrt{pq}, \tilde{\rho} = 2\sqrt{\tilde{p}\tilde{q}}, < /div >< div >$$

</div> <div>

$$< /div >< div > \psi(t) = t\lambda_t - ln\theta(\lambda_t), < /div >< div >$$

</div> <div>
где $\psi(t)$ - функция уклонения.</div> <div>

</div> <div>Процесс (Y_n)nbsp; относится к классу так называемых частично однородных марковских цепей, введенных А.А.Боровковым - это марковские цепи на прямой, переходные вероятности которых на положительной полупрямой такие же, как и у случайного блуждания общего вида. Введем обозначение X для шага этого блуждания. В работе [1] при условии Крамера на шаг блуждания:</div> <div>

$$< /div >< div > \theta(\lambda) := \mathbf{E}e^{\lambda X} lt; \infty \text{nbsp; при } 0 lt; \lambda lt; \lambda^+ \leq \infty < /div >< div >$$

</div> <div>получена точная асимптотика вероятностей больших уклонений в предположении эргодичности частично однородной марковской цепи.</div> <div>

</div> <div>В настоящей работе получена асимптотика вероятностей $P(Y_n \geq tn)$nbsp; в предположении, что $\widetilde{F}(1) gt; 1$, где $\widetilde{F}(t) = \frac{1}{4p}(1 - \sqrt{1 - \frac{p^2 t}{\tilde{p}^2}}) + \frac{1}{4\tilde{q}}(1 - \sqrt{1-t})$.</div>
<div>nbsp;</div> <div>**Теорема.**</div> <div>Пусть $q gt; \tilde{q} gt; 1/2$ и $\widetilde{F}(1) gt; 1$, тогда для последовательности Y_n:</div> <div>
</div> <div>(i) равномерно по $t \in [\alpha, \beta] \subset (0, \tilde{\gamma})$ выполняется соотношение</div> <div>

$$< /div >< div > \mathbf{P}(Y_n gt; tn) < /div >< div >\sim C_1(t,p,\tilde{p})\frac{1}{\sqrt{n}}e^{-n\left((\frac{t}{\tilde{\gamma}}-1)\ln\delta+\psi(t)\frac{t}{\tilde{\gamma}}\right)}, n\to\infty, < /div >$$

</div> <div>(ii) равномерно по $t \in [\alpha, \beta] \subset (\tilde{\gamma}, 1)$ выполняется соотношение</div> <div>

$$< /div >< div > \mathbf{P}(Y_n gt; tn) < /div >< div >\sim C_2(t,p,\tilde{p})\frac{1}{\sqrt{n}}e^{-n\psi(t)}, n\to\infty, < /div >< div >$$

</div> <div>nbsp;</div> <div>где</div> <div>$\delta = \frac{\tilde{\rho}}{\sqrt{s_0}}$, s_0 - корень уравнения $\widetilde{F}(s) = 1$.</div>

Источники и литература

1) Петров В.В. О вероятностях больших уклонений сумм независимых случайных величин. – Теория вероятн. и ее примен., 1965, т.10, в. 2, с. 310-322.