

**Спектральный анализ дисперсионного уравнения продольных волн
Похгаммера-Кри**

Научный руководитель – Кузнецов Сергей Владимирович

Гаджибеков Тагибек Абукарович

Аспирант

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,
Фундаментальные науки, Москва, Россия

E-mail: 90-region@mail.ru

Уравнение для распространения гармонических волн в цилиндрическом стержне, также известное как уравнение Похгаммера-Кри, было впервые получено в [1, 2, 6]. С помощью асимптотических методов, в [3, 4], получены аналитические формулы для коротковолнового и для длинноволнового пределов фазовой скорости для нижней (фундаментальной) ветви продольных осесимметричных мод. Согласно [5], при стремлении круговой частоты к бесконечности, предельная скорость коротковолновой волны совпадает со скоростью волны Рэлея, а длинноволновой предел был назван «стержневой» скоростью волны.

Спектральный анализ матрицы разбивается на 2 случая. 1. Матрица A простая (полу-простая). Это случай, когда матрица A не содержит жордановых блоков и, следовательно, имеет два различных собственных вектора. Определяется необходимое и достаточное условия простоты матрицы. Также рассматривается вырожденный случай, когда один из собственных значений обращается в ноль, и для него определяется условие вырождения. 2. Матрица A неполупростая (содержит жорданов блок). В этом случае матрица имеет два кратных собственных значений. Определяется необходимое и достаточное условие неполупростоты матрицы A . Рассматривается вырожденный случай, когда собственные числа обращаются в ноль и приводится условие вырождения.

Проанализированы точные решения линейного уравнения Похгаммера-Кри для распространяющихся гармонических осесимметричных продольных волн в цилиндрическом стержне. Был проведен спектральный анализ матричного дисперсионного уравнения для продольных осесимметричных мод волн Похгаммера-Кри, который показал, что никакие продольные моды не могут распространяться с фазовой скоростью равной объемной скорости продольной волны. Проанализировано изменение поляризации волны на свободной поверхности при изменении коэффициента Пуассона и круговой частоты. Было обнаружено, что существует фазовая скорость (значение этой скорости зависит от коэффициента Пуассона), при которой продольная составляющая вектора перемещений исчезает.

Источники и литература

- 1) Chree C Longitudinal vibrations of a circular bar // Quart. J. Pure Appl. Math. 1886 21 287–98
- 2) Chree C The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications. Trans // Cambridge Philos. Soc. 1889 14 250–309
- 3) Field G S Velocity of sound in cylindrical rods Canadian J. Research 1931 1931 5 619–24
- 4) Field G S Longitudinal waves in cylinders of liquid, in hollow tubes and in solid rods // Canadian J. Research 1934 11 254–63
- 5) Field G S Dispersion of supersonic waves in cylindrical rods // Phys. Rev. 1940 57 1188

- 6) Pochhammer L Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiscylinder // J. Reine Angew. Math. 1876 81 324–36