Вето-голосование в смешанном коллективе из близоруких и рациональных участников

Гудков Сергей Михайлович

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: sergey_goudkov@mail.ru

Научный руководитель — *Новикова Наталья Михайловна*

Рассмотрим процедуру выбора путем открытого вето-голосования [1]: n участников (игроков) и $n+1$ кандидат. Каждый игрок имеет свои строгие предпочтения и поочередно отклоняет одного из оставшихся к его ходу кандидатов. Последний оставшийся кандидат будет выбран. Игра, описываемая данной процедурой, относится к играм с фиксированным порядком ходов и полной информацией, а значит, имеет сложное равновесие. Результат зависит от порядка ходов игроков. Игроки знают предпочтения партнеров. В [2] доказано, что кандидат K_0 может победить в ситуации сложного равновесия тогда и только тогда, когда выполнено условие Холла:

$$\forall I \subseteq N \ |\bigcup_{i \in I} J_i(K_0)| \geq |I|, \text{ где } N = \{1, \dots, n\}, \tag{1}$$

$|\dots|$ — число элементов множества, $J_i(K_0)$ — множество таких кандидатов K_j, которые менее предпочтительны, чем кандидат K_0, для игрока V_i.

Очевидно, что не всегда все игроки будут вести себя таким образом, который соответствует сложному равновесию. В реальной жизни, наверняка найдутся игроки, которые при любых обстоятельствах, на своем ходе будут просто накладывать вето на худшего для них из оставшихся к их ходу кандидатов, даже если такой ход будет приводить к неоптимальному для них исходу игры. Этих игроков называют близорукими.

Теорема 1. *В игре, где часть игроков близорукие, а часть с рациональным поведением не всегда существует порядок ходов, при котором игрок с рациональным поведением может обеспечить победу лучшего для себя кандидата K_0 из числа кандидатов, удовлетворяющих условию (1).*

Например, такого порядка ходов не существует при трех игроках и следующем профиле предпочтений:

P_1: $K_0 \succ \text{K}_2 \succ \text{K}_1 \succ \text{K}_3$
P_2: $K_2 \succ \text{K}_1 \succ \text{K}_0 \succ \text{K}_3$
P_3: $K_2 \succ \text{K}_0 \succ \text{K}_1 \succ \text{K}_3$

Теорема 2. *Пусть близорукие игроки ($i \in M$) ходят первыми и $\mathbf{K}'(\overrightarrow{M})$ — множество кандидатов, исключаемых ими при порядке их ходов $\overrightarrow{M}$. Для каждого множества $\mathbf{K}'(\overrightarrow{M})$ рассмотрим подыгру с $k = n - m$ игроками с рациональным поведением и множеством из $k+1$ кандидата $\mathbf{K} \backslash \mathbf{K}'(\overrightarrow{M})$, где $\mathbf{K}$ — множество всех кандидатов в игре. Если $\exists \overrightarrow{M}$ такой, что в подыгре для кандидата K_0 выполняется условие* (1)*, то существует порядок ходов игроков, когда K_0 будет выбран в изначальной игре. Данное условие является необходимым и достаточным для возможности выбора K_0.*

Необходимость: Если не существует такого порядка ходов между близорукими игроками, при котором в подыгре выполняется условие (1) для кандидата K_0, то в подыгре кандидат K_0 будет исключен кем-то из рациональных игроков (рациональные игроки не будут исключать игроков, которые будут исключены близорукими игроками, так как это не имеет для них смысла). Таким образом, кандидата K_0 не будет выбран в исходной игре.

Достаточность: Если же существует порядок ходов между близорукими игроками, при котором в подыгре выполняется условие (1) для кандидата K_0, то существует порядок ходов между рациональными игроками, при котором кандидат K_0 будет выбран в подыгре. Таким образом, если первыми ходят близорукие игроки, а после них – рациональные, найдется порядок ходов между игроками, при котором кандидат K_0 будет выбран.

Литература

1. Новикова Н. М., Поспелова И. И. Свойства процедуры голосования путем последовательного наложения вето // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2018. №4. С. 32–40.
2. Mueller D. C. Voting by veto // Journal of Public Economics. 1978. Vol. 10, P. 80–91.
3. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики // М.: Мир. 1985.