

**О топологии интегрируемых бильярдов на плоскости Минковского с
гуковским потенциалом**

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Скворцов Антон Игоревич

Студент (магистр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: anton.skvortsov.1996@yandex.ru

Математический бильярд - это движение материальной точки на плоскости в области, ограниченной кусочно-гладкой кривой. Исследованиями в области интегрируемости таких систем в зависимости от типа границы такой области занимались многие учёные. В частности, интегрируемость бильярда в эллипсе на евклидовой плоскости была доказана Дж.Д. Биркгофом в работе [1].

В ходе проведённого исследования рассматривались бильярды, ограниченные дугами софокусных квадрик на плоскости Минковского, в поле с гуковским потенциалом. В частности, была обнаружена интегрируемость по Лиувиллю систем такого рода. Также проводилось исследование топологии возникающих в данной задаче слоений Лиувилля [2].

В данном случае семейство софокусных квадрик задаётся следующим уравнением:

$$\frac{x^2}{a - \lambda} + \frac{y^2}{b + \lambda} = 1,$$

где $a > b > 0$, λ - параметр квадрики. Отметим также, что при $-b < \lambda < a$ квадрика является эллипсом, при $\lambda < -b$ квадрика является гиперболой с действительной осью Ox , а при $\lambda > a$ квадрика является гиперболой с действительной осью Oy . Далее в систему добавляется гуковский потенциал с коэффициентом k , действующий на материальную точку.

В ходе данного исследования также были построены бифуркационные диаграммы, были получены соответствующие молекулы.

Источники и литература

- 1) Биркгоф Дж.Д. Динамические системы. Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999.
- 2) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Ижевск: РХД, 1999. Т. 1.