

## Оптимизация логистической модели транспортной компании

Научный руководитель – Рюмкин Валерий Иванович

*Азарная Валерия Сергеевна*

*Студент (бакалавр)*

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Экономический факультет, Томск, Россия

*E-mail: leraza118@yandex.ru*

**Введение.** Распределение грузовых потоков по транспортно-логистической сети (ТЛС) определяет эффективность работы транспортной компании. Это обуславливает актуальность задачи построения адекватных математических транспортно-логистических моделей [n1, n2, n3]. Целью работы транспортной компании является извлечение прибыли за счет осуществления грузоперевозок товаров клиентов при соблюдении определенного уровня и качества услуг. В данной работе представлена транспортная логистическая модель транспортной компании. Модель основана на описании структуры грузопотоков по транспортной сети с несколькими логистическими центрами (пунктами переработки грузопотоков). В модели предполагается, что на ТЛС работает несколько конкурирующих транспортных компаний, влияющих на эффективность деятельности друг друга. Для определения равновесных грузопотоков используется модифицированная модель Штакельберга с несколькими лидерами и рядом последователей.

**Построение модели.** В основе транспортно-логистической модели рассмотрим сеть, описывающую товарные грузопотоки и отображающую пространственную структуру, состоящую из "входных" пунктов  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_L\}$  отправления товаров  $T_1, T_2, \dots, T_K$ , "выходных" пунктов (пунктов назначения)  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_M\}$ , также пунктов промежуточных узлов грузопереработки  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_R\}$  (объединения или разукрупнения) товаров. Обозначим через  $a_1^k, a_2^k, \dots, a_L^k$  предложения источников  $A_1, A_2, \dots, A_L$ , а через  $b_1^k, b_2^k, \dots, b_M^k$  - спрос выходов  $B_1, B_2, \dots, B_M$  на товар  $T_K$ . Предположим, что на данной сети работает  $N$  независимых транспортных компаний,  $G_1, G_2, \dots, G_N$ , поставляющих товары из пунктов отправки  $A_1, A_2, \dots, A_L$  в пункты реализации  $B_1, B_2, \dots, B_M$ . Обозначим через  $X_{ikj}^n$  количество товара  $T_k$ , которое агент  $G_n$  перемещает по дуге  $(i, j)$  с пропускной способностью  $p_{ikj}$ .

Тогда оптимизационная задача для компании  $G_1$  может быть сформулирована формулами (1)-(6):

Здесь  $f_{ij}(\bullet)$  означает общую функцию затрат при перемещении груза по дуге  $(i, j)$  (транспортные и складские затраты);  $V(i)$  и  $W(i)$  обозначают множества предшествующих и последующих узлов для  $i$ -го узла данного ориентированного графа сети;  $\Gamma$  - множество всех дуг в ТЛС.

Задача (1)-(6) представляет собой нелинейную задачу оптимизации емкости многотоварной сетевой логистической модели или задачу оптимизации модели сетевого потока.

Каждый из логистических узлов (ЛУ) - промежуточных пунктов грузопереработки в данной модели представлен входными и выходными узлами, соединенных дугой, отображающей затраты на складские процессы грузопереработки. Таким образом, целевая функция (1) определяется формулой (7):

где  $T_{ij}(\bullet)$  и  $L_{ij}(\bullet)$  - транспортные и складские затраты при перемещении груза по дуге  $(i, j)$ ;  $\{A, U^1\}$  - множество дуг, соединяющих непосредственно поставщиков товаров и логистические узлы первого уровня  $U^1$ ;  $\{U^1, U^2\}$  - множество дуг, соединяющих логистические узлы первого  $U^1$  и второго уровня  $U^2$ ;  $\{U^1, B\}$  - множество дуг, соединяющих логистические узлы  $U^1$  первого уровня и пункты получателей груза  $B$ ;  $\{U^2, B\}$  -

множество дуг, соединяющих логистические узлы  $U^2$  второго уровня и пункты получателей груза  $B$ ;  $\{U^1, U^1\}$  - множество дуг, соединяющих логистические узлы  $U^1$  первого уровня и отображающие переработку грузопотоков в данных узлах;  $\{U^2, U^2\}$  - множество дуг, соединяющих логистические узлы  $U^2$  второго уровня и отображающие переработку грузопотоков в данных узлах.

Модель (1)-(7) содержит в себе возможность решения ряда отдельных вспомогательных задач, таких как выбор расположения центрального логистического узла (ЦЛУ), закрепление поставщиков и получателей за определенными логистическими узлами, выбор транспортных средств и транспортного тарифа для доставки товаров. При этом функции  $T_{ij}(\bullet)$  и  $L_{ij}(\bullet)$ , описывающие транспортные и складские издержки, определяются исходя из конкретных характеристик элементов ТЛС.

В рыночных условиях, для описания работы на ТЛС нескольких конкурирующих компаний, используем модифицированную модель Штакельберга [n2].

Рассмотрим игру  $N$  транспортных компаний, среди которых имеется  $\Theta$  лидеров и  $N-\Theta$  последователей. Игра представляется следующей двухшаговой схемой.

*Шаг 1. Лидеры  $G_1, G_2, \dots, G_\Theta$  одновременно и независимо друг от друга выбирают свои стратегии перевозок  $s^-_1, s^-_2, \dots, s^-_\Theta$ .*

*Шаг 2. Последователи  $G_{\Theta+1}, G_{\Theta+2}, \dots, G_N$  анализируют  $s^-_1, s^-_2, \dots, s^-_\Theta$  и выбирают свои стратегии перевозок  $s^{[U+2053]}_{\Theta+1}, s^{[U+2053]}_{\Theta+2}, \dots, s^{[U+2053]}_N$ , разыгрывая между собой равновесие Нэша.*

Согласно данной модели лидеры находятся в привилегированном положении, поскольку могут просчитать наилучшие ответы последователей на каждый профиль лидерских стратегий и реализовать такой совместный лидерский профиль, который максимизирует их прибыль.

Следуя методологии и результатам, полученным в [n2, n3], сформируем следующее утверждение.

*Утверждение. Пусть товары взаимно независимы между собой в том смысле, что стоимость доставки товаров одного типа не влияет на стоимость доставки товаров другого типа.*

*Тогда существует единственное равновесие Штакельберга в модифицированной модели и равновесные значения поставок лидеров, последователей и соответствующие цены определяются формулами (8)-(9):*

где  $\alpha_{kj}, \beta_{kj}$  - некоторые константы, задающие равновесную стоимость  $P_{kj}(X_{kj}) = (1 - X_{kj} / \alpha_{kj}) \beta_{kj}$  доставки единицы товара  $T_k$  в пункт  $B_j$ ;  $\psi^n_{kj}$  - общие (транспортные и все прочие) средние издержки, связанные перемещением игроком  $G_n$  единицы товара  $T_k$  к пункту продажи  $B_j$ .

**Заключение.** В данной работе представлена логистическая модель транспортной компании. Модель основана на описании структуры грузопотоков по транспортной сети с несколькими логистическими узлами. Предполагается, что на данной сети работает ряд конкурирующих между собой грузоперевозчиков. Получен ряд оптимизационных задач, позволяющих построить прототип оптимальной транспортно-логистической системы компании. Проведено моделирование ТЛС транспортной компании для Западно-Сибирского региона.

## Источники и литература

- 1) Петров А.В., Гашкова Л.В. Поддержка принятия управленческих решений при формировании логистических сетей. //Транспорт Урала. - 2008. - №2 (17). - С.16-21

- 2) V. Azarnaya, V.Golov, V.Ryumkin. Game Models of Competition in the Gardo Transportation Market// Global Economics and Management: Transition to Economy 4.0, Springer Proceedings in Business and Economics, pp 45-56. - [https://doi.org/10.1007/978-3-030-26284-6\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-26284-6_5)
- 3) Sivushina A., Kombu A., Ryumkin V. Modeling of geographical pricing: A game analysis of siberian fuel costs // AIP Conference Proceedings 1899, 060013 (2017) – <https://doi.org/10.1063/1.5009884>

### Иллюстрации

$$F = \sum_{k=1}^K \sum_{(i,j) \in \Omega} f_{ij} \left( X_{ij}^1 \left| \sum_{n=2}^N X_{ij}^n \right. \right) \rightarrow \min : \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{h \in V(i)} X_{hj}^n - \sum_{j \in W(i)} X_{ij}^n = -a_{ik}^n, & i \in A, k = \overline{1, K}, n = \overline{1, N}, & (2) \\ \sum_{h \in V(i)} X_{hj}^n - \sum_{j \in W(i)} X_{ij}^n = 0, & i \in U, k = \overline{1, K}, n = \overline{1, N}, & (3) \\ \sum_{h \in V(i)} X_{hj}^n - \sum_{j \in W(i)} X_{ij}^n = b_{ik}^n, & i \in B, k = \overline{1, K}, n = \overline{1, N}, & (4) \\ 0 \leq X_{ij}^n \leq \rho_{ij}, & (i, j) \in \Omega, k = \overline{1, K}. & (5) \\ \sum_{i \in A} a_{ik}^n = \sum_{i \in B} b_{ik}^n, & k = \overline{1, K}, n = \overline{1, N}. & (6) \end{cases}$$

Рис. 1. Рис.1. Формулы, применяемые в исследовании

$$\sum_{(i,j) \in \Omega} f_{ij} \left( X_{ij}^1 \left| \sum_{n=2}^N X_{ij}^n \right. \right) = \sum_{\substack{(i,j) \in \{A, U^1\}, \\ (i,j) \in \{U^1, U^2\}, \\ (i,j) \in \{U^1, B\}, \\ (i,j) \in \{U^2, B\}}} T_{ij} \left( X_{ij}^1 \left| \sum_{n=2}^N X_{ij}^n \right. \right) + \sum_{\substack{(i,j) \in \{U^1, U^1\}, \\ (i,j) \in \{U^2, U^2\}}} L_{ij} \left( X_{ij}^1 \left| \sum_{n=2}^N X_{ij}^n \right. \right), \quad (7)$$

$$\tilde{X}_{ij}^n = \frac{1}{\Theta + 1} \frac{\alpha_{ij}}{\beta_{ij}} (\beta_{ij} - \psi_{ij}^n), n = \overline{1, \Theta}; \quad \tilde{X}_{ij}^n = \frac{1}{(N - \Theta + 1)(\Theta + 1)} \frac{\alpha_{ij}}{\beta_{ij}} (\beta_{ij} - \psi_{ij}^n), n = \overline{\Theta + 1, N}, \quad (8)$$

$$\tilde{P}_{ij} = \left( \beta_{ij} - (\beta_{ij} - \psi_{ij}^n) \frac{N\Theta + N - \Theta^2}{(N + \Theta + 1)(\Theta + 1)} \right), \quad (9)$$

Рис. 2. Рис.2. Формулы, применяемые в исследовании