

**СИНХРОНИЗАЦИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ
КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМАХ, БЛИЗКИХ К
ГАМИЛЬТОНОВЫМ: ВЫРОЖДЕННЫЙ СЛУЧАЙ**

Морозов Кирилл Евгеньевич

Аспирант

*Институт ИТММ ННГУ имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород,
Россия*

E-mail: kirill.morozov@itmm.unn.ru

Научный руководитель — Морозов Альберт Дмитриевич

В докладе изучаются двумерные динамические системы, близкие к гамильтоновым, вида

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{\partial H(x, y)}{\partial y} + \varepsilon g(x, y, \omega_1 t, \omega_2 t, \dots, \omega_m t) \\ \dot{y} &= -\frac{\partial H(x, y)}{\partial x} + \varepsilon f(x, y, \omega_1 t, \omega_2 t, \dots, \omega_m t).\end{aligned}\tag{1}$$

При этом, предполагается, что возмущение является неконсервативным и квазипериодическим по времени. Иными словами, считаем выполненным условие $g'_x + f'_y \neq 0$, а числа $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ — несоизмеримыми над полем рациональных чисел. Исследование проводится в кольцеобразной области фазового пространства, заполненной замкнутыми фазовыми траекториями невозмущенной системы, частота движения $\omega(h)$ на которых предполагается немонотонной функцией энергии. В этом случае существует вырожденный уровень энергии $H(x, y) = h_0$, то есть такой, что $\omega'(h_0) = 0$. Если при этом значение $\omega(h_0)$ соизмеримо с частотами возмущения, т.е. является резонансным, то будем говорить о вырожденном резонансе. Дополнительно мы предполагаем, что автономная неконсервативная система, полученная из исходной усреднением правых частей по времени имеет грубый предельный цикл при малых значениях параметра ε .

В докладе основное внимание уделено задаче синхронизации колебаний. Колебательные режимы в системе, соответствующие устойчивым резонансным решениям и решениям, порожденным предельным циклом автономной системы, сосуществуют. Исследуются бифуркации в резонансной зоне при прохождении через нее предельного цикла. Эти бифуркации могут приводить к синхронизации колебаний, связанной с разрушением инвариантного многообразия, порожденного предельным циклом автономной системы. В этом случае

колебания синхронизируются на частотах, кратных частотам возмущения.

Исследование основано на применении асимптотических методов, таких как метод усреднения. Проводится анализ деформаций усредненной системы, определенной на цилиндре, которая описывает динамику в резонансной зоне согласно теоремам Боголюбова. Для нахождения интервалов синхронизации используется обобщение метода Мельникова для определения расщепления сепаратрисных многообразий. Кроме того, предполагается, что дивергенция усредненной системы суть знакопостоянная функция, что обеспечивает отсутствие на цилиндре стягиваемых предельных циклов в соответствии с критерием Бендиксона.

Рассмотрение ограничивается вырождением порядка $j = 1$. Вырождения высших порядков могут быть исследованы аналогично. Отличие заключается в том, что при деформациях усредненной системы в окрестности резонанса возникает $j + 1$ «резонансная цепочка». При четном j и при отсутствии деформации усредненная система имеет сложные состояния равновесия, которые суть топологические седла и фокусы.

Литература

1. Мельников В. К. Об устойчивости центра при периодических по времени возмущениях // Труды Московского мат. общества, том 12, стр. 3–52.
2. Боголюбов Н. Н., Митропольский Я. А. Асимптотические методы нелинейной динамики, Москва: Физматгиз, 1958.
3. Morozov A. D., Morozov K. E. On Synchronization of Quasiperiodic Oscillations // Russian Journal of Nonlinear Dynamics, 2018, vol. 14, № 3, pp. 367–376.
4. Morozov A. D., Morozov K. E. Quasiperiodic Perturbations of Two-Dimensional Hamiltonian Systems // Differential Equations, 2017, vol. 53, №. 12, pp. 1607–1615.