Последовательные клеточные схемы

Хомич Павел Викторович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: paulkhomich@outlook.com

***Научный руководитель** — Шуплецов Михаил Сергеевич*

Задача синтеза схем из функциональных элементов с ограничениями на топологию, на параметры схем в целом или ее структурных элементов находит особо важное применение там, где результаты напрямую перекладываются на прикладную область исследований, где подобные ограничения имеют физическую, неискусственную природу.

Под клеточной схемой Σ понимается прямоугольная решетка [1], в каждую ячейку которой вложен один из примитивных клеточных элементов, реализующих не более одной ФАЛ из $P_2(2)$: коммутационные элементы (КЭ) реализуют тождественные функции, функциональные элементы (ФЭ) остальные. При замене всех клеточных элементов на функциональные элементы и их соединении в соответствии с расположением в решетке получается классическая СФЭ. Модель последовательных клеточных схем является расширением, полученным путем добавления примитивного клеточного элемента задержки (ЗЭ), реализующего конечно-автоматную функцию (КАФ) единичной задержки. Соответствующая замена всех элементов решетки приводит к СФЭз. Пример схемы приведен на рис. 1.

Схема Σ имеет ширину $\lambda(\Sigma)$ и высоту $h(\Sigma)$, соответствующую пространственным размерам прямоугольной решетки. Площадь схемы $A(\Sigma) = \lambda(\Sigma) \cdot h(\Sigma)$, сложность схемы $L(\Sigma)$ — количество ФЭ и ЗЭ в схеме.

Рассматриваются системы КАФ $F = (f_1, \ldots, f_m)$ из функций вида $f(x_1, \ldots, x_n)$ и веса $R(f) = r$ [2], для которых $A(F) = \min_{\Sigma \text{реал.} F} A(\Sigma)$, а $L(F) = \min_{\Sigma \text{реал.} F} L(\Sigma)$. При этом $A(n, r) = \max_{f \in P_{\text{ка},2}(n), R(f)=r} A((f))$, а $L(n, r) = \max_{f \in P_{\text{ка},2}(n), R(f)=r} L((f))$.

Модель последовательных клеточных схем позволяет адаптировать в своих рамках близкородственные модели, среди них: систолические массивы, модели СБИС, клеточные автоматы фон Неймана и другие, что позволяет перекладывать полученные результаты.

В докладе представляется обоснование модели и формализация задачи синтеза, приводятся оценки параметров произвольных КАФ, а также результаты по исследованию специальных схем, имеющих особое практическое значение при проектировании интегральных схем.

Утверждение 1. *Любая система тождественных функций* $F = (f_1, \ldots, f_m)$ *может быть реализована схемой* Σ *с произвольным расположением входов и выходов, при этом*

$$m \leq A(F) \leq 20,25 \cdot m^2, \tag{1}$$

$$0 \leq L(F) \leq 54 \cdot m^2. \tag{2}$$

Утверждение 2. *Любая КАФ* $f = (x_1, \ldots, x_n)$ *веса* r *может быть реализована схемой* Σ*, при этом*

$$\lceil log_2(r) \rceil \leq A(n, r) \leq (1 + \lceil log_2(r) \rceil) \cdot 2^{n + \lceil log_2(r) \rceil} + o(n), \tag{3}$$

$$\lceil log_2(r) \rceil \leq L(n, r) \leq (1 + \lceil log_2(r) \rceil) \cdot \frac{2^{n + \lceil log_2(r) \rceil}}{n + \lceil log_2(r) \rceil} + o(n). \tag{4}$$

Иллюстрации

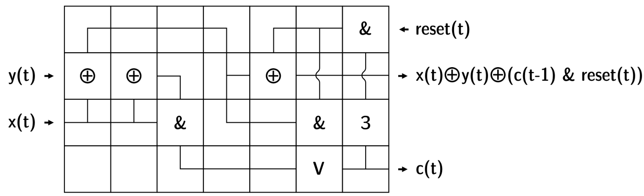

Рис. 1. Пример последовательной клеточной схемы потокового сумматора со сбросом

Литература

1. Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов // Проблемы кибернетики. 1967. № 19. С.285–293.
2. Марченков С. С. Избранные главы дискретной математики. М., 2016.