

**БЛИЗОСТЬ МОДЕЛЕЙ БАШЕЛЬЕ И САМУЭЛЬСОНА
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТРИК**

Сотников Дмитрий Михайлович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: dmitrysotni@gmail.com

Научный руководитель — Смирнов Сергей Николаевич

Рассматриваются простейшие модели рынка с непрерывным временем. В рамках модели Башелье цена $(X_t)_{t \in [0, T]}$ актива на рынке описывается уравнением

$$X_t^B = X_0(1 + \alpha t + \sigma_B W_t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

где $(W_t)_{t \in [0, T]}$ — винеровский процесс, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\sigma_B > 0$.

Модель Самуэльсона использует геометрическое броуновское движение:

$$X_t^S = X_0 \exp(\gamma t + \sigma_S W_t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

где $\gamma \in \mathbb{R}$, $\sigma_S > 0$. Эти модели описаны, например, в [1].

Решается задача вычисления расстояния в метрике Форте–Мурье, метрике полной вариации и метрике Колмогорова между случайными величинами X_T^B и X_T^S . Определения вышеназванных метрик можно найти в [2].

Благодаря использованию W -функции Ламберта (см. [3]) была получена формула для вычисления метрики Форте–Мурье. Показано, каким образом вычисление метрик полной вариации и Колмогорова в риск-нейтральном случае может быть сведено к решению одного нелинейного уравнения.

Данные результаты были использованы для сравнения цен европейских опционов с липшицевыми или ограниченными функциями выплат. Получены неравенства, позволяющие оценить разность между ценами опциона в моделях (1), (2) с помощью соответствующей вероятностной метрики и нормы (или полунормы) функции выплат в подходящем функциональном пространстве. В отличие от некоторых других работ на данную тему, например [4], эти оценки применимы к достаточно широким классам европейских опционов.

Оценены параметры моделей для рынка нефти, для стандартных и бинарных опционов вычислена чувствительность цены к изменению этих параметров, позволяющая судить о влиянии ошибки оценивания на цену опциона.

Литература

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. — М.: ФАЗИС, 1998.
2. Rachev S. T., Klebanov L. B., Stoyanov S. V. & Fabozzi F. G.: The Methods of Distances in the Theory of Probability and Statistics. Springer, New York, 2013.
3. Corless R. M., Gonnet G. H., Hare D. E. G., Jeffrey D. J., & Knuth D. E. (1996). On the Lambert W function. *Advances in Computational Mathematics*, 5(1), 329–359.
4. Schachermayer W., Teichmann J. (2005). How close are the Option Pricing Formulas of Bachelier and Black–Merton–Scholes, *Mathematical Finance*, 18(1), pp. 55–76.