Биологически мотивированные способы поиска экстремума естественных полей

Денисова Надежда Игоревна

студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: denisovanadezda0@gmail.com

***Научный руководитель** — Матвеев Алексей Серафимович*

В трехмерном пространстве определено скалярное вещественное поле, моделируемое как вещественная функция точки пространства. Задача заключается в поиске максимума этого поля, где под поиском подразумевается перемещение связки роботов в точку максимума поля. Для условного удешевления процесса поиска мы используем роботы, не способные измерять градиент поля, а только значение поля в своей текущей локации. Кроме того, считается, что роботы между собой не обмениваются информацией.

Исследования [1] показывают, что социальные организмы часто выигрывают от соответствующего объединения несовершенных индивидуальных оценок: если каждый индивид делает индивидуальную ошибку оценки локального градиента, то в такой ситуации множественность индивидов может принести пользу. Эта гипотеза называется гипотезой [2]. Робастное коллективное зондирование возникает на уровне группы, модулируя их скорость в ответ на локальные измерения и социальное взаимодействие. Это зондирование требует примитивных знаний и, таким образом, может быть подходящим и эффективным для роботизированных агентов.

В пространстве задано естественное поле, то есть отображение $D\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$. Робот i измеряет значение $d_i = D(\vec{\rho}_i)$, используя это измерение для генерации управления $v_i(t) = \mathfrak{A}_i \left[t, d_i \mid_{[0,t]}\right]$.

В данной работе исследован упрощенный по своей структуре алгоритм управления: без памяти, стационарный и одинаковый для трех роботов: $v_i(t) = \mathfrak{A}\left[d_i(t)\right]$.

Требуется разработать алгоритм управления, обеспечивающий разворот нормали треугольника по направлению градиента поля, движение треугольника в направлении градиента и в пределе — достижение точки максимума поля или ее малой окрестности.

Рассмотрим случай, когда и поле, и регулятор линейны. Другими словами,

$$D(\vec{\rho}) = +C, \tag{1}$$

где $\vec{q} \in \mathbb{R}^3$, $\vec{q} \neq 0$ — градиент поля, а $C \in \mathbb{R}$ — заданная константа, и

$$v_i = f[D(\vec{\rho})], \text{ где } f(d) = -ad + b, \qquad a > 0. \tag{2}$$

— заданная убывающая линейная функция.

Основные теоретические факты о поведении предложенного закона управления в описываемом случае сосредоточены в следующем утверждении.

Теорема 1. *Для системы с линейным регулятором* (2) *в линейном поле* (1) *верны следующие утверждения:*

(I) *Если в начальный момент треугольник перпендикулярен градиенту поля, то впоследствии эта ориентация сохраняется, нормаль $\vec{n}$ постоянно колинеарна градиенту поля $\vec{q}$ и не меняет по отношению к нему ориентацию, тогда как треугольник движется поступательно.*

(II) *За исключением случая, когда*

   (a) *в начальный момент времени векторы нормали $\vec{n}$ и градиента $\vec{q}$ коллинеарны и противоположно направлены,*

   нормаль треугольника $\vec{n}$ сходится к единичному вектору в направлении градиента поля $\vec{q}_0 := \vec{q}/q$, и скорость этой сходимости экспоненциальная.

(III) *Сходимость из* (II) *регулярна и монотонна.*

Основной вывод из этого утверждения состоит в том, что исследуемая навигационная парадигма имеет успех, но только в той области, где регулятор возвращает положительные значения.

Литература

1. Franks N. R. Information flow, opinion polling and collective intelligence in house–hunting social insects // Phil. Trans. R. Soc., USA, 2002, P. 1567
2. Simons A. M. Many wrongs: The advantage of group navigation // Trends Ecol. Evol., 2004, P. 453–455