Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

О гёльдеровости оператора типа потенциала Рисса со степенно-логарифмическим ядром и суммируемой плотностью

Научный руководитель – Дроботов Юрий Евгеньевич

Егиазарян Каринэ Арменаковна
Студент (бакалавр)
Южный федеральный университет, Физический факультет, Кафедра радиофизики, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: jadokkk@yandex.ru

Пусть $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, евклидово пространство векторов размерности n с действительными координатами: так что функция

$$|x-y| = \sqrt{(x_1-y_1)^2 + ... + (x_n-y_n)^2}, \quad |x| = |x-0|,$$

служит метрикой в $\mathbb{R}^n$. Символом $\dot{\mathbb{R}}^n$ обозначим компактификацию $\mathbb{R}^n$ одной бесконечно удалённой точкой. Настоящая работа рассматривает оператор типа потенциала Рисса

$$(I^\alpha f)(x) = \int_{\dot{\mathbb{R}}^n} \frac{c(x,y) f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy, \quad x \in \mathbb{R}^n. \tag{1}$$

с характеристикой $c(x,y)$. Вид этой характеристики, весовой функции $w(x)$ и условия ограниченности оператора (1) при действии из весового пространства $L^p(w)$ суммируемых функций в пространство Гёльдера H^λ находятся при распространении соответствующего результата для оператора сферической свёртки

$$(K^\alpha f)(\xi) = \int_{\mathbb{S}^n} \frac{f(\sigma)}{|\xi-\sigma|^{n-\alpha}} \ln^\nu \frac{r}{|\xi-\sigma|}, \qquad \xi = \frac{x}{|x|}, \quad x \in \mathbb{R}^{n+1}. \tag{2}$$

Здесь $\mathbb{S}^n$ mdash; n–мерная гиперсфера единичного радиуса в пространстве $\mathbb{R}^{n+1}$:

$$\mathbb{S}^n := x \in \mathbb{R}^{n+1} : |x| = 1,$$

Пространство $\mathbb{R}^n$, в свою очередь, является гиперплоскостью $\mathbb{R}^{n+1}$, и связь между ним и $\mathbb{S}^n$ устанавливается стереографической проекцией. Последняя служит инструментом, применением которого решается сформулированная задача. Отметим, что в частном случае $\nu = 1$ оператор (2) был исследован в работе [1], где не только был построен его мультипликатор Фурье–Лапласа, но и выполнено обращение данного оператора в терминах композиции гиперсингулярного интеграла и интегрального оператора с суммируемым ядром. В работе [2] были найдены условия ограниченности оператора (2) с произвольным вещественным ν при отображении между обобщёнными пространствами Гёльдера. *Исследование выполнено при финансовой поддержке внутреннего гранта Южного федерального университета № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).*

Источники и литература

1) Vakulov B. G., Drobotov Yu. E. Riesz Potential with Logarithmic Kernel in Generalized Hölder Spaces: Theorems on Inversion and Isomorphisms // Recent Applications of Financial Risk Modelling and Portfolio Management. IGI Global, 2021. Pp. 275–296.
2) Вакулов Б. Г., Карапетянц Н. К., Шанкишвили Л. Д. Операторы сферической свёртки со степенно-логарифмическим ядром в обобщённых пространствах Гёльдера // Изв. вузов. Матем., 2003. № 2. С. 3–14.