

Тавтологические соотношения и g -spin структура**Научный руководитель – Дунин-Барковский Петр Игоревич****Губаревич Данил Иванович***Студент (магистр)*

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Факультет математики, Москва, Россия

E-mail: danilphys180916@mail.ru

Мы изучаем тавтологические соотношения в когомологиях пространств модулей кривых рода g с n отмеченными точками. Для этого мы пользуемся теоремой:

Теорема

Полупростая однородная когомологическая теория поля с единицей $\Omega^{r,\tau}$ однозначно восстанавливается действием R -матрицы на топологический сектор этой теории $\omega^{r,\tau}$:

$$\Omega^{r,\tau} = R.\omega^{r,\tau}$$

В качестве когомологической теории поля будет рассматриваться теория g -spin структур, сдвинутая в полупростую точку τ Фробениусова многообразия $\mathbb{C} \langle e_0, \dots, e_{r-2} \rangle$:

$$\Omega_{g,n}^{r,\tau}(a_1 \otimes \dots \otimes a_n) = \sum_{m \geq 0} \frac{1}{m!} p_{m*} \Omega_{g,n+m}^r(a_1 \otimes \dots \otimes a_n \otimes \tau \otimes \dots \otimes \tau)$$

где $p_m : \bar{M}_{g,n+m} \rightarrow \bar{M}_{g,n}$ - морфизм забывания m точек

В этой точке удается явно найти формулы квантового умножения в соответствующей Фробениусовой алгебре, для топологической части $\omega^{r,\tau}$ и R -матрицы.

Для получения соотношений в $H^{2d}(\bar{M}_{g,n})$ пользуемся явной формулой для класса Виттена $\Omega_{g,n}^{r,\tau}(a_1 \otimes \dots \otimes a_n)$ в терминах суммы по стабильным графам рода g с n листьями. А именно:

Теорема

$\Omega_{g,n}^{r,\tau}(a_1 \otimes \dots \otimes a_n)$ равен части степени $g - 1$ от следующего неоднородного класса:

$$\frac{1}{r^{g-1}} \sum_{m \geq 0} \sum_{\Gamma \in G_{g,n+m}} \frac{(r-1)^{1-h^1(\Gamma)}}{|Aut(\Gamma)|} p_* \left(\prod_v x_v^{g_v-1} \prod_e \Delta_e \prod_{i=1}^n L(i) \prod_{i=n+1}^{n+m} K(i) \right)_x$$

где Δ_e - вклад ребра e , $L(i)$ - вклад i -го листа, а $K(i)$ - вклад i -го дилатонного листа, а знак $(\dots)_x$ означает, что нужно удерживать коэффициент при нулевой степени всех переменных x_v

и теоремой о его занулении:

Теорема

Часть степени d от неоднородного класса $\Omega_{g,n}^{r,\tau}(a_1 \otimes \dots \otimes a_n)$ равна нулю при d больше чем

$$\mathbb{D}_{g,n}^r = \frac{(r-2)(g-1) + \sum_i^n a_i}{r}$$

Мы иллюстрируем эту технику на примере пространства $\bar{M}_{1,2}$

Источники и литература

- 1) Pandharipande R., Pixton A., Zvonkine D. Tautological relations via r-spin structures., 2020.
- 2) Dunin-Barkowski P., Shadrin S., Spitz L. Givental graphs and inversion symmetry. Lett. Math. Phys.