Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Вычисление функций коллективами из трех автоматов.

Научный руководитель – Волков Николай Юрьевич

Ушакова Валентина Владимировна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории
интеллектуальных систем, Москва, Россия
E-mail: valentina.ushakova92@gmail.com

Ключевые слова: коллектив автоматов, лабиринт, вычислимость.

В работе исследуется возможность вычисления одноместных частичных функций счётнозначной логики коллективами из трех автоматов. Рассматриваются частично определённые функции от одной переменной $f : \mathbb{N}'_0 \to \mathbb{N}_0$ ($\mathbb{N}'_0 \subseteq \mathbb{N}_0$). Полностью решена задача нахождения класса таких функций, вычислимых коллективами из двух автоматов.

Множество всех целых точек на прямой будем обозначать символом $\mathbb{L}_{\mathbb{Z}}$, рассматривая это множество как геометрический объект, а именно, как лабиринт, в котором могут перемещаться автоматы. Точку на этой прямой будем идентифицировать при помощи ее координаты x.

Под автоматом будем понимать конечный автомат вида $\mathcal{A} =(A, Q, B, \varphi, \psi, q_0, R, V)$, где A - входной, B - выходной, Q - внутренний алфавиты автомата $\mathcal{A}$, $\varphi : Q{\times}A \to Q$ и $\psi : Q{\times}A \to B$ - функции переходов и выходов $\mathcal{A}$, соответственно, $q_0 \in Q$ - его начальное состояние, $R\in \mathbb{N}$ - обзор автомата, $V \leq R$ - скорость автомата.

Будем рассматривать поведение коллектива автоматов $K = (W_1, W_2, W_3)(R, V)$.

Множество $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{N}$ периодично, если если найдутся числа $T, T_0 \in \mathbb{N}$, такие, что $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0$, будет верно, что если $x \in \mathbb{D}$, то $x + k * T \in \mathbb{D}$.

Назовем функцию $g : \mathbb{D} \to \mathbb{N}$ ($\mathbb{D} \subseteq \mathbb{N}$ периодично) периодической с периодом T и предпериодом T_0 , если $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0$, верно $g(x) = g(x + k * T)$.

Функцией из класса $G_{\mathrm{C}x+const}$ назовем функцию $g : \mathbb{D} \to \mathbb{N}$, такую что существуют $T_0 \in \mathbb{N}_0$, $C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{N}$, такие что $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0$, верно $g(x) = \left[\frac{C_1 * x}{C_2}\right] + C_3$.

Будем говорить, что коллектив автоматов K остановился в такт времени t, если, начиная с этого такта, выходные символы трех автоматов коллектива всегда нулевые и их состояния не меняются.

Расположение автоматов коллектива $K = (W_1, W_2, W_3)(R, V)$ в лабиринте $\mathbb{Z}$, при котором автоматы W_1 и W_3, находится в точке x_0, а W_2 находится в точке $x_0 + a$ (где $a \in \mathbb{N}$), назовем а-расстановкой с центром x_0.

Пусть дана одноместная функция $g : \mathbb{D} \to \mathbb{N}$, где $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{N}$. Будем говорить, что коллектив автоматов K вычисляет функцию g, если стартуя в лабиринте $\mathbb{Z}$ из любой $a-$расстановки, коллектив K не остановится, если $a \notin \mathbb{D}$ и, если $a \in \mathbb{D}$, в некоторый такт времени K остановится в $g(a) -$ расстановке с произвольным центром.

Теорема. Класс $G_3^{R,V}$ описывается следующим образом:
1) $G_3^{R,V}$содержит все функции из класса $G_{Cx+const}$;
2) $G_3^{R,V}$содержит все периодические функции.

Источники и литература

1) Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. *Введение в теорию автоматов.* Наука, 1985.
2) Г. Килибарда, В.Б. Кудрявцев, Ш. Ушчумлич. *Коллективы автоматов в лабиринтах.* Дискретная математика, т. 15 вып. 3, 2003.
3) Н.Ю.Волков. *Об автоматной модели преследования.* Дискретная математика, т.19, вып.2., стр. 131-160, 2007 г.
4) Н.Ю. Волков, В.В. Ушакова. *О вычислимости функций коллективами из двух автоматов.* Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2016 г. том 20 выпуск 4 С. 21-24